Sommaire : ALGEBRE

Pages

CONSEILS POUR LE BREVET

1. Se préparer avant l'épreuve

Vérifiez que vous avez **tout votre matériel** :

- **De quoi écrire** (pensez aux **recharges pour vos stylos plume** et **aux crayons de papier bien taillés**).
- **De quoi bien présenter** (**stylos de couleurs différentes**).
- **De quoi bien dessiner** (**matériel de géométrie en bon état**).
- **De quoi bien calculer** (le jour du brevet, empruntez donc **une 2ème calculatrice** car en cas de panne, personne ne pourra vous en prêter une).

2. Savoir présenter votre copie

- **N'oubliez pas** que **l'orthographe** et **la présentation** de la copie sont notées.
- Prévoyez **une copie double pour chaque partie** (cela vous permettra de commencer par la partie que vous préférez et de passer facilement d'une partie à l'autre).
- **Ecrivez bien sur les lignes**.
- **Sautez une ligne entre chaque question** et **écrivez clairement le numéro de la question**.
- **Encadrez vos résultats** ou **soulignez vos réponses**.

3. Savoir rédiger votre copie

- **Traitez les questions dans l'ordre** (si vous ne savez pas faire une question, laissez de la place et revenez-y plus tard ; pensez que vous pouvez souvent faire la suivante).
- **Faites vos figures sur une feuille à part** en indiquant le numéro de l'exercice (cela vous permettra d'avoir toujours la figure sous les yeux).
- En géométrie, **vérifiez si les hypothèses que vous utilisez sont bien dans l'énoncé ou déjà démontrées** et **ne mélangez pas le langage mathématique** et **le français** dans une même phrase.

4. Savoir relire votre copie

Relisez plusieurs fois en **vérifiant** :

- **la 1ère fois** : **si les résultats sont possibles** (par exemple, dans le cas du calcul de l'hypoténuse, le résultat doit être plus grand que les deux autres côtés) ;
- **la 2ème fois** : **si la réponse donnée correspond à la question posée** (si le texte précise par exemple valeur exacte, vous ne devez pas donner de valeur approchée) ;
- **la 3ème fois** : **les unités** et **les notations de géométrie** ;
- **la 4ème fois** : **l'orthographe**.

Comment donner un résultat ?

1. Valeur exacte

Si la question est "**Calculer**",
il faut donner une **valeur exacte**.

Fraction

- Laisser le résultat sous forme de **fraction simplifiée** si la division ne se termine pas :

- si on trouve $\frac{15}{7}$, le résultat sera $\boxed{\frac{15}{7}}$.

- **Effectuer la division** si le résultat est demandé sous forme **décimale** (cela veut dire que la division se termine), par exemple :

- si on trouve $\frac{15}{2}$, le résultat sera $\boxed{7{,}5}$.
- si on trouve $\frac{12}{3}$, le résultat sera $\boxed{4}$.

Racine carrée

- Laisser le résultat sous forme de **racine carrée** sauf dans **ce type de situations** :

- si on trouve $\sqrt{25}$, le résultat est $\boxed{5}$.
- si on trouve $\sqrt{0{,}81}$, le résultat est $\boxed{0{,}9}$.
- si on trouve $\sqrt{\frac{4}{9}}$, le résultat est $\boxed{\frac{2}{3}}$.

- Si on trouve $\sqrt{3}$, le résultat est $\boxed{\sqrt{3}}$.

Calcul avec π

- Laisser π sans le remplacer par 3,14. Pour le **périmètre d'un cercle** de rayon 3 cm, la réponse sera $\boxed{6\pi \text{ cm}}$.
- On calcule avec π comme avec x.

Exemple : $5 + 2\pi + 4\pi = \boxed{5 + 6\pi}$

2. Arrondi

Si la question est "**Calculer à ... près**", il faut donner un **résultat arrondi**.
Cela veut dire que **le calcul ne se termine pas**. On utilise **le symbole ≈**.

- Si on veut l'arrondi avec un certain nombre de chiffres après la virgule, **il faut prévoir un chiffre de plus après la virgule** lorsque l'on effectue le calcul.

- **Arrondir à $\frac{1}{10}$ près :** le résultat final doit avoir **1 chiffre après la virgule**, le chiffre des **dixièmes**.

- Arrondi à $\frac{1}{10}$ près : $\frac{20}{3} = 6{,}6|666...$

Le chiffre suivant est **supérieur ou égal à 5** donc on prend la valeur approchée **« au-dessus »** : $\boxed{6{,}7}$.

- Arrondi à $\frac{1}{10}$ près : $\frac{10}{3} = 3{,}3|333...$

Le chiffre suivant est **inférieur à 5**, donc on prend la valeur approchée **« en dessous »** : $\boxed{3{,}3}$.

3. Résultat possible ou impossible ?

☞ **Dans tous les cas**, il faut penser **à vérifier** si **le résultat** est **possible**.

Exemples : - Si vous trouvez **300 km.h^{-1}** pour **la vitesse d'un camion**, dites-vous que **c'est impossible ! ! !**
- Si vous trouvez que **la longueur d'un côté de l'angle droit** d'un triangle rectangle **est plus petite que l'hypoténuse**, dites-vous que **c'est possible**.

Comment utiliser sa calculatrice ?

1. Trouver le type de la calculatrice : type 1, 2 ou 3

 **Type 1** **FX 92 2D etc**	 **Type 2** **On tape √ 25** EXE	 **Type 3** **On tape 25 √**

2. Calculatrices de type 1 : choisir le mode

Pour choisir le mode **Math** ou **Line IO** : **shift** suivi de **setup** puis **1** ou **2**.
Math permet de faire des calculs écrits comme sur une **copie de math**.
Line IO permet d'écrire les calculs en **ligne** comme sur les calculatrices de **type 2**.
☛ En cas de problème, mode puis 1 et ensuite choisir Math ou Line IO.

3. Utiliser la calculatrice

Pour chaque calcul : - sur la première ligne, ce qui doit s'afficher sur l'écran.
- sur la 2ème ligne, ce qui doit être tapé.

	Type 1	Type 2	Type 3
Racines	$3\sqrt{50}+7\sqrt{8}-5= -5+29\sqrt{2}$ 3√ 50→+ 7√ 8→-5 EXE *Les **flèches** indiquent qu'il faut appuyer sur la **grosse touche ronde** pour déplacer le **curseur** du côté indiqué par la flèche.*	On ne peut pas faire de calculs comme ci-contre. On peut seulement calculer des racines carrées et obtenir une valeur exacte ou arrondie. $\sqrt{25} = 5$ √ **25** EXE	5 **25** √ =
Fractions	$\frac{2}{3} + \frac{1}{7} = \frac{17}{21}$ $\frac{\square}{\square}$**2↓3→** + $\frac{\square}{\square}$**1↓7** EXE	Il faut trouver la touche **fraction** : a+b/c / d/c Nous la noterons d/c. Certaines calculatrices ne permettent pas les calculs de fractions. **2⌟ 3 + 1⌟7 = 17⌟21** **2** d/c **3 + 1** d/c **7** EXE	
Cosinus	Pour choisir les degrés : **shift** suivi de **setup** et **3** $\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **cos 30** EXE	Pour choisir les degrés : **mode** 2 fois puis **1** cos 30 = 0,866025… **cos 30** EXE	0,866025… **30 cos =**
Angle	$\cos^{-1}(0,5 = 60$ **shift cos 0,5** EXE	Il faut repérer la touche **Shift** ou **2nd** ou **seconde**… Nous l'appellerons **Shift**. $\cos^{-1} 0,5 = 60$ **shift cos 0,5** EXE	60 **0,5 shift cos**
Reste	25 ÷R3 **8**,R=**1** **Quotient** **Reste** **25 ÷R 3** EXE	25 ÷R3 **8** **1** **Quotient** **Reste** **25 ÷R 3** EXE	**8** **1** **Quotient** **Reste** **25 ⊢ 3 =**

Comment déterminer le PGCD de deux nombres ?

1. Par soustractions successives (algorithme des différences)

Si **a** et **b** sont deux nombres entiers naturels tels que **a > b**
alors **PGCD** (**a** ; **b**) = **PGCD** (**b** ; **a – b**)

le plus petit **la différence**

Exemple : Recherche du **PGCD** de **210** et **126**
On soustrait les deux nombres donnés : **210** - **126** = **84** ;
On garde les deux plus petits 126 et **84** et **on recommence** ;
On s'arrête lorsque **la différence est nulle**.
Le **PGCD** de **210** et **126** est **la dernière différence non nulle**.

Plus grand nombre : a	Plus petit nombre : b	Différence : a - b
210	126	84
126	84	42
84	42	**42**
42	42	**0**

Donc **PGCD** (**210** ; **126**) = $\boxed{\mathbf{42}}$

2. Par divisions successives (algorithme d'Euclide)

Si **a** et **b** sont deux nombres entiers naturels tels que **a > b**
alors **PGCD** (**a** ; **b**) = **PGCD** (**b** ; **r**)

le plus petit **reste de la division euclidienne de a par b**

a	**b**
r	**q**

Exemple : Recherche du **PGCD** de **1 078** et **322**
On divise le plus grand nombre 1 078 par **le plus petit 322**.
On garde le diviseur 322 et **le reste 112** de la division et **on recommence**. **On s'arrête** lorsque **le reste est nul**.
Le **PGCD** de **1 078** et **322** est **le dernier reste non nul**.

Plus grand nombre : a	Plus petit nombre : b	Reste de la division euclidienne de a par b
1 078	322	112
322	112	98
112	98	**14**
98	14	**0**

Donc **PGCD** (**1 078** ; **322**) = $\boxed{\mathbf{14}}$

☞ **Pour trouver le reste de la division euclidienne**,
penser à utiliser **la touche** $\boxed{\div R}$ ou $\boxed{\vdash}$.

Comment calculer avec des nombres relatifs ?

Nombre relatif : c'est un **nombre** avec un **signe**.
+3 et **-3** sont des **nombres relatifs**.

Partie numérique d'un **nombre relatif** : la **partie numérique** de **-3** est **3**.

♥ **Souvenir de 5ème :**


+ 1


- 1

Deux personnes placées <u>de la même façon</u> s'ajoutent.
Une personne <u>de face</u> et **une personne <u>de dos</u> s'éliminent.**

1. Ajouter deux nombres relatifs

• Pour **ajouter** deux **nombres relatifs de même signe**, on **garde le signe** et on **ajoute les parties numériques**.

$(-3) + (-1) = \boxed{-4}$

on garde le signe   on ajoute

• Pour ajouter deux **nombres relatifs de signes différents**, on **prend le signe** de la **plus grande partie numérique** et on **soustrait les parties numériques**.

$(-3) + (+1) = \boxed{-2}$

on prend le signe de 3   on soustrait

2. Ajouter plusieurs nombres

Pour **ajouter plusieurs nombres relatifs**, on regroupe les **nombres positifs** entre eux et les **nombres négatifs** entre eux.

$(-7) + (+13) + (-2) + (+6) =$

$(+13) + (+6) + (-7) + (-2) =$

$(+19) + (-9) = \boxed{+10}$

Le signe du résultat est **+** car **19** > **9**.

On peut donner **+10** ou **10** comme réponse, **le signe +** étant sous-entendu.

3. Soustraire un nombre relatif

Pour **soustraire** un **nombre relatif**, on **ajoute** son **opposé**.

$(-7) - (-3) = (-7) + (+3)$

on **ajoute** **+3**

$= \boxed{-4}$

L'opposé de **-3** est **+3**.

Pour obtenir **l'opposé d'un nombre**, on **change son signe**.

4. Ecritures simplifiées

Dans une **addition** de **nombres relatifs**, on peut **supprimer les signes + des additions** et les **parenthèses**.

$(-7) + (+13) + (-2) =$

$-7 \quad + 13 \quad - 2 = \boxed{+4}$

<u>Attention</u> :

- **ne pas toucher** aux **signes** des **nombres relatifs**.
- s'il y a des **soustractions** de **nombres relatifs**, d'abord **ajouter l'opposé**.

5. Multiplier deux nombres relatifs

- Le **produit** de deux **nombres relatifs** de **même signe** est **positif**.

$(+4) \times (+3) = \boxed{+12}$

$(-10) \times (-2) = \boxed{+20}$

×	+	-
+	+	-
-	-	+

- Le **produit** de deux **nombres relatifs** de **signes différents** est **négatif**.

$(-5) \times (+3) = \boxed{-15}$

$(+3) \times (-2) = \boxed{-6}$

6. Diviser deux nombres relatifs

La règle est la même pour **diviser** deux **nombres relatifs** que pour les **multiplier**.

$\dfrac{-10}{-2} = \boxed{+5}$

La division se termine.

$\dfrac{-5}{+3} = \boxed{-\dfrac{5}{3}}$

La division ne se termine pas, on laisse le résultat **en fraction**.

7. Signe d'une puissance d'un nombre relatif

- Une puissance d'un **nombre positif** est un **nombre positif**.

$(+5)^3 = \boxed{+125}$

- Une puissance d'un **nombre négatif** est un nombre :

- **positif** si **l'exposant** est **pair** ;
- **négatif** si **l'exposant** est **impair**.

$(-3)^2 = \boxed{+9}$ — Exposant pair — Positif

$(-3)^3 = \boxed{-27}$ — Exposant impair — Négatif

Attention aux parenthèses avec les nombres négatifs :

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = \boxed{+9}$

L'exposant porte sur la **parenthèse**.

$-3^2 = -(3 \times 3) = \boxed{-9}$

L'exposant porte seulement sur le **nombre 3**, donc on retrouve **le signe - au résultat**.

8. Priorités

PA PU MD AS

Parenthèses — **Puissances** — × ÷ — + -

$-3 + (-2)^2 \times (1 - 4) - 5 =$

$-3 + (-2)^2 \times (-3) - 5 =$

$-3 + 4 \times (-3) - 5 =$

$-3 - 12 - 5 = \boxed{-20}$

- On commence par la **parenthèse** : **(1 - 4)** = -3
- La **puissance** : $(-2)^2 = +4$
- La **multiplication** : $+4 \times (-3) = -12$
- C'est une écriture simplifiée, uniquement des nombres négatifs **à ajouter**, c'est comme si on avait : **(-3) + (-12) + (-5)**.

Comment calculer avec des puissances ?

1. Puissances d'exposant positif

$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}$

n est l'**exposant**. **n** facteurs égaux à **a**.

Ex : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = \boxed{64}$

$a^0 = 1$ et $a^1 = a$

Ex : $5^0 = \boxed{1}$ $(-3)^1 = \boxed{-3}$

Pour les signes, voir la fiche sur **les nombres relatifs n°7 p 7**.

2. Puissances d'exposant négatif

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ a^{-n} est **l'inverse** de a^n.

$2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \boxed{\dfrac{1}{8}}$

$(-2)^{-4} = \dfrac{1}{(-2)^4} = \boxed{\dfrac{1}{16}}$

$(-2)^4$ est **positif** car c'est une puissance d'un **nombre négatif d'exposant pair**.

3. Multiplication ou division avec des nombres identiques

$a^n \times a^p = a^{n+p}$

- $7^2 \times 7^3 = 7^{2+3} = \boxed{7^5}$

*On **ajoute** les exposants **2** et **3**.*

- $3^{-1} \times 3^9 = 3^{-1+9} = \boxed{3^8}$

*On **ajoute** les exposants **-1** et **9***
*Ce sont des **nombres relatifs**, donc pour **ajouter -1** et **+9** de **signes différents**, on fait une **soustraction** et on prend **le signe** de **9**.*

$\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

- $\dfrac{4^2}{4^7} = 4^{2-7} = \boxed{4^{-5}}$ *On **soustrait 7** à **2**.*

- $\dfrac{8^3}{8^{-1}} = 8^{3-(-1)}$
$= 8^{3+(+1)}$
$= \boxed{8^4}$

*On **soustrait -1** à **3**. **(-1)** est un **nombre relatif**, donc pour le **soustraire**, on **ajoute** **son opposé (+1)**.*

4. Multiplication ou division avec des exposants identiques

$a^n \times b^n = (a \times b)^n$

$7^2 \times 3^2 = (7 \times 3)^2 = \boxed{21^2}$

$\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

$\dfrac{12^2}{4^2} = \left(\dfrac{12}{4}\right)^2 = \boxed{3^2}$

5. Nombre deux fois de suite à une puissance

$(a^n)^p = a^{n \times p}$ $(5^3)^2 = 5^{3\times 2} = \boxed{5^6}$

☛ **Pas de formule** pour **2 nombres différents** à **des puissances différentes**.

$5^2 \times 2^3 =$

$25 \times 8 = \boxed{200}$

☛ **Pas de formule** pour **l'addition** et **la soustraction**.
On utilise **PAPUMDAS**.

Puissance	$-4^2 + 4 \times 25 + (-3)^2 =$
Multiplication	$-16 + 4 \times 25 + 9 =$
Ecriture simplifiée	$-16 + 100 + 9 = \boxed{93}$

Comment calculer avec des puissances de 10 ?

1. Puissance de 10

Puissance de 10 d'exposant positif

$2 \times 10^3 = \boxed{2\,000}$

$3{,}4 \times 10^2 = \boxed{340}$

On décale la virgule vers la ***droite****.*

On obtient un nombre **plus grand**.

Puissance de 10 d'exposant négatif

$2 \times 10^{-3} = \boxed{0{,}002}$

$3{,}4 \times 10^{-2} = \boxed{0{,}034}$

On décale la virgule vers la ***gauche****.*

On obtient un nombre **plus petit**.

2. Ecriture scientifique

Donner **l'écriture scientifique** de **32 000** :

Il faut trouver un nombre qui s'écrit

.... $\times$ **$10^{...}$**

Nombre entre 1 et 10
(1 inclus et 10 exclu)

Le nombre cherché est **3,2**

donc **32 000** = $\boxed{3{,}2 \times 10^4}$

3. Utiliser $(a^n)^p = a^{n \times p}$

$25 \times (10^{-3})^2 \times 8 =$

$\boxed{200 \times 10^{-6}}$

On calcule les **nombres entre eux** et **les puissances de 10 entre elles**.

Attention :

Exposant : $(-3) \times 2 = -6$

4. Utiliser $a^n \times a^p = a^{n+p}$

$12 \times 10^3 \times 2 \times 10^2 =$

$\boxed{24 \times 10^5}$

On calcule les **nombres entre eux** et **les puissances de 10 entre elles**.

Attention :

$7 \times 10^{-4} \times 3 \times 10^2 = \boxed{21 \times 10^{-2}}$

Exposant : $(-4) + (+2) = -2$

5. Utiliser $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

$$\frac{25 \times 10^6}{15 \times 10^2} = \frac{25}{15} \times 10^{6-2}$$

$$= \boxed{\frac{5}{3} \times 10^4}$$

On calcule les **nombres entre eux** et **les puissances de 10 entre elles**.

Attention : $\frac{10^3}{10^{-2}} = \boxed{10^5}$

Exposant : $3 - (-2) = 3 + (+2)$
$= 5$

6. Calculs divers

- $2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 = 2\,000 + 500$
  $= \boxed{2\,500}$

☞ **Pas de formule** pour **l'addition** et **la soustraction** : on écrit les nombres **sous forme décimale** et on calcule.

- $$\frac{5 \times 10^2 \times \cancel{3} \times 10^{-3}}{\cancel{3} \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-1}} = \frac{5}{2} \times \frac{10^{-1}}{10^{-5}}$$
  $$= \boxed{2{,}5 \times 10^4}$$

On calcule **5 : 2** car le résultat est un **nombre décimal**.

Exposant : $(-1) - (-5) =$
$(-1) + (+5) = +4$

Comment calculer avec des fractions ?

1. Ajouter ou soustraire (1er cas)

Il faut **mettre les fractions** au **même dénominateur**.

Cas simple : $\frac{2}{5} - \frac{7}{15}$

15 est dans **la table de 5**, donc on choisit **15** comme **dénominateur**.

$$\frac{2}{5} - \frac{7}{15} = \frac{6}{15} - \frac{7}{15} = \boxed{\frac{-1}{15}}$$

2. Ajouter ou soustraire (2ème cas)

$\frac{7}{12} + \frac{2}{15}$ On écrit **les multiples** de **12** et **15** et on s'arrête **au premier multiple commun**.

Multiples de 12 : 12, 24, 36, 48, **60**
Multiples de 15 : 15, 30, 45, **60**

On choisit **60**, c'est **5×12** et **4×15**.

$$\frac{7}{12} + \frac{2}{15} = \frac{35}{60} + \frac{8}{60} = \boxed{\frac{43}{60}}$$

3. Multiplier

Il faut **décomposer les nombres** pour **essayer de simplifier** avant d'effectuer les multiplications.

$$\frac{35}{12} \times \frac{18}{25} = \frac{7\times\cancel{5} \times \cancel{6}\times3}{\cancel{6}\times2 \times \cancel{5}\times5}$$

$$= \frac{7\times3}{2\times5}$$

$$= \boxed{\frac{21}{10}}$$

4. Diviser

Pour **diviser par une fraction**, **on multiplie par son inverse**.

L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$.

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} = \boxed{\frac{9}{10}}$$

$\frac{3}{5} : \frac{2}{3}$ et $\dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{3}}$: c'est **le même calcul**.

5. Plusieurs opérations

Penser à PAPUMDAS

$\frac{2}{3} + \frac{7}{3} \times \frac{5}{4}$: *même si on en a envie,*

on ne commence pas *par* $\frac{2}{3} + \frac{7}{3}$

mais par ***la multiplication*** *!*

$$\frac{2}{3} + \frac{35}{12} = \frac{8}{12} + \frac{35}{12} = \boxed{\frac{43}{12}}$$

On a choisi **12** comme **dénominateur** car **12** est dans **la table de 3**.

6. Plusieurs opérations (suite)

$$\frac{2 + \frac{3}{5} \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{1} + \frac{3}{20}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} =$$

Multiplication d'abord

Même dénominateur

$$\frac{\frac{40}{20} + \frac{3}{20}}{\frac{3}{6} - \frac{2}{6}} = \frac{\frac{43}{20}}{\frac{1}{6}} = \frac{43}{20} \times \frac{6}{1} =$$

Multiplier par l'inverse

$$\frac{43}{\cancel{2}\times10} \times \frac{\cancel{2}\times3}{1} = \frac{43\times3}{10\times1} = \boxed{\frac{129}{10}}$$

Simplifier

Comment calculer avec des racines carrées ?

1. Carrés parfaits

A savoir par cœur :

$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{64} = 8$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{144} = 12$
$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{169} = 13$

4, **9**, **16** etc…
sont des **carrés parfaits**.

2. Mettre au carré une racine

$\sqrt{5}$ est **le nombre positif** dont **le carré** est **5**.

$$(\sqrt{5}\,)^2 = 5$$

Quand **on met au carré la racine carrée d'un nombre**, on retrouve **le nombre de départ**.

3. Utiliser $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

a. $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = \boxed{6}$

On utilise cette méthode car **3 × 12** = **36**, qui est un **carré parfait**.

b. $\sqrt{50} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = \boxed{5\sqrt{2}}$

On choisit **25** car c'est **le plus grand carré parfait** avec lequel on peut décomposer **50**.

4. Utiliser $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

a. $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{12}{3}} = \sqrt{4} = \boxed{2}$

On utilise cette méthode car **en simplifiant** $\dfrac{12}{3}$, on obtient un **carré parfait** : **4**.

b. $\sqrt{\dfrac{50}{9}} = \dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{9}} = \dfrac{\sqrt{25} \times \sqrt{2}}{3} = \boxed{\dfrac{5\sqrt{2}}{3}}$

On utilise cette méthode car
- **50** peut se décomposer avec un **carré parfait** ;
- **9** est un **carré parfait**.

5. Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$

$3\sqrt{8} - 5\sqrt{32} + 3\sqrt{2} =$

Un indice : **8**, **32** (et aussi **2**) sont **dans la table de 2**.

On décompose 8 et **32** à l'aide de **la table de 2** pour faire apparaître **le plus grand carré parfait possible**.

$3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} - 5 \times \sqrt{16} \times \sqrt{2} + 3\sqrt{2} =$
$3 \times 2 \times \sqrt{2} - 5 \times 4 \times \sqrt{2} + 3\sqrt{2} =$
$6\sqrt{2} - 20\sqrt{2} + 3\sqrt{2} =$

$\boxed{-11\sqrt{2}}$

6. Ecrire sous la forme $a\sqrt{3}$

$4\sqrt{75} - 7\sqrt{12} + \sqrt{27} =$

Avantage : on sait qu'il faut faire apparaître $\sqrt{3}$, donc il faut **décomposer les nombres 75**, **12** et **27** à l'aide de **la table de 3**.

$4 \times \sqrt{25} \times \sqrt{3} - 7 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} + \sqrt{9} \times \sqrt{3} =$
$4 \times 5 \times \sqrt{3} - 7 \times 2 \times \sqrt{3} + 3 \times \sqrt{3} =$
$20\sqrt{3} - 14\sqrt{3} + 3\sqrt{3} =$

$\boxed{9\sqrt{3}}$

Comment développer et réduire ?

1. Réduire

$2a - 3a^2 - 7 + 4a^2 - 5a =$

$+1a^2 - 3a - 7 =$

ou $\boxed{a^2 - 3a - 7}$

On regroupe les a^2 entre eux, les a entre eux et les **nombres** entre eux.

Attention : il faut toujours prendre l'expression **avec son signe**.
Par exemple, on ajoute $-3a^2$ avec $+4a^2$, c'est la même règle des signes que pour $-3 + 4$ ou $(-3) + (+4)$.

2. Supprimer des parenthèses précédées d'un signe +

Comme pour **les nombres**, on **peut supprimer le signe + des additions et les parenthèses.**

Nombres $(-5) + (+7) =$

$-5 \quad +7 = \boxed{+2}$

Parenthèses $(-3a + 4) + (+2a - 1) =$

$-3a + 4 \quad + 2a - 1 =$

$-1a + 3 = \boxed{-a + 3}$

3. Supprimer des parenthèses précédées d'un signe -

Comme pour **les nombres**, pour **soustraire** une **parenthèse**, on **ajoute** son **opposé**.

Nombres $(-3) - (+7) =$

$(-3) + (-7) =$

$\boxed{-3 \quad -7}$

\+ sous-entendu

Parenthèses $(-2a + 3) - (5a - 4) =$

$(-2a + 3) + (-5a + 4) =$

$-2a + 3 \quad -5a + 4 =$

$\boxed{-7a + 7}$

Attention : pour prendre l'**opposé** de la **parenthèse**, il faut **changer tous les signes** dans **la parenthèse**.

$3 - (-2a + 4) + (-3a - 5) =$

$3 + (+2a - 4) + (-3a - 5) =$

$3 \quad +2a - 4 \quad -3a - 5 =$

$-1a - 6 = \boxed{-a - 6}$

- On repère les **parenthèses** précédées **d'un signe -**.
- On **ajoute l'opposé** de **la parenthèse**.
- On supprime les **signes + d'addition** et les **parenthèses**.

Remarque : on peut passer directement de la 1ère à la 3ème ligne.

4. Distributivité simple Nombre positif

$3(4a - 5) = \boxed{12a - 15}$

On multiplie **4a** par **3** et on multiplie **5** par **3**. **Le signe reste**.

Attention :

$5 + 4(2a - 3) = 5 + 8a - 12$

$= \boxed{8a - 7}$

La **multiplication** a **la priorité**.

5. Distributivité simple Nombre négatif

Méthode 1 : $-4(2a - 3) = -(8a - 12)$

$= +(-8a + 12)$

$= \boxed{-8a + 12}$

- On multiplie par **4**.
- On ajoute **l'opposé** de la **parenthèse**.

Méthode 2 : $-4(2a - 3) = \boxed{-8a + 12}$

- On multiplie par **- 4** en utilisant la règle des signes de la **multiplication**.

Comment développer et réduire ?
Double distributivité et identités remarquables

1. Double distributivité

× multiplication

$(3a - 2)(-4a + 5) =$

$-12a^2 + 15a + 8a - 10 =$

$\boxed{-12a^2 + 23a - 10}$

- On **multiplie** chaque nombre de la $1^{\text{ère}}$ **parenthèse** par chaque nombre de la $2^{\text{ème}}$ **parenthèse** : **règle des signes** de la **multiplication**.
- On **réduit** : **règle des signes** de **l'addition**.

On peut présenter la double distributivité comme **une multiplication** :

$$\begin{array}{rr} & -4a + 5 \\ \times & 3a - 2 \\ \hline & +8a - 10 \\ -12a^2 + 15a & \\ \hline \boxed{-12a^2 + 23a - 10} & \end{array}$$

On place les termes de **même nature** l'un au-dessus de l'autre.

2. Utiliser $(a + b)^2$

$\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

- $(5x + 1)^2 = \boxed{25x^2 + 10x + 1}$

  $(5x)^2 \quad 2 \times 5x \times 1 \quad 1^2$

- $103^2 = (100 + 3)^2$

  $= 10\,000 + 600 + 9$

  $100^2 \quad 2\times100\times3 \quad 3^2$

  $= \boxed{10\,609}$

3. Utiliser $(a - b)^2$

$\boxed{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

- $(5x - 1)^2 = \boxed{25x^2 - 10x + 1}$

  $(5x)^2 \quad 2 \times 5x \times 1 \quad 1^2$

- $97^2 = (100 - 3)^2$

  $= 10\,000 - 600 + 9$

  $100^2 \quad 2\times100\times3 \quad 3^2$

  $= \boxed{9\,409}$

4. Utiliser $(a + b)(a - b)$

$\boxed{(a + b)(a - b) = a^2 - b^2}$

- $(5x + 3)(5x - 3) = \boxed{25x^2 - 9}$

  $(5x)^2 \quad 3^2$

- $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2)$

  $= 100^2 - 2^2$

  $= 10\,000 - 4$

  $= \boxed{9\,996}$

5. Un peu de tout

$5 - \underbrace{2(5-3x)} - \underbrace{(4x-3)(2x-1)} =$

$5 - (10 - 6x) - (8x^2 - 4x - 6x + 3) =$

$5 + (-10 + 6x) + (-8x^2 + 4x + 6x - 3) =$

$5 \quad -10 + 6x \quad -8x^2 + 4x + 6x - 3 =$

$\boxed{-8x^2 + 16x - 8}$

- **Priorité** de la **multiplication**.
- **Signe -** devant une **parenthèse** : on **ajoute l'opposé** de la **parenthèse**.
- **Suppression des signes + d'addition** et **des parenthèses**.

Comment calculer une expression littérale pour une valeur donnée ?

1. Calculer $(3x-1)(5+4x)$ pour $x=-2$.

On remplace x par -2. On obtient :

$(-6-1)(5-8) = (-7)\times(-3)$

$= \boxed{+21}$

$3\times(-2)$ $4\times(-2)$

On utilise **PAPUMDAS**.

2. Calculer $3x^2 - 4x + 5$ pour $x = \frac{2}{3}$.

$3\times\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4\times\frac{2}{3} + 5 =$

$3\times\frac{4}{9} - 4\times\frac{2}{3} + 5 =$

$\frac{4}{3} - \frac{8}{3} + \frac{15}{3} = \boxed{\frac{11}{3}}$

- On remplace x par $\frac{2}{3}$.
- On utilise **PAPUMDAS**.

Comment factoriser ?

1. Un nombre en facteur

$25x^2 - 10 = \boxed{5(5x^2-2)}$

On **met en facteur le plus grand diviseur commun** de 25 et de 10.

On **met** donc **5 en facteur**.

2. Une lettre en facteur

$5x^4 - 2x^3 + 3x^2 = \boxed{x^2(5x^2 - 2x + 3)}$

On **met en facteur la plus petite puissance de x**.

On **met** donc **x^2 en facteur**.

3. Une lettre et un nombre

$-24x^2 + 32x = \boxed{8x(-3x+4)}$

- On **met en facteur le plus grand diviseur commun** de 24 et de 32, c'est **8**.
- On met en facteur **la plus petite puissance de x**. C'est x.
- On **met** donc **$8x$ en facteur**.

4. Une parenthèse

$\underbrace{(x-3)(x+7)} - \underbrace{(5x-4)(x-3)} =$

$(x-3)[(x+7)-(5x-4)] =$

$(x-3)(x+7-5x+4) =$

$\boxed{(x-3)(-4x+11)}$

☞ **Penser à ajouter l'opposé** de **$(5x-4)$** car il y a un **signe -** avant **la parenthèse $(5x-4)$**.

5. Une parenthèse

$(3x+5)(2-x) + (2-x)^2 =$

$(3x+5)(2-x) + (2-x)(2-x) =$

$(2-x)[(3x+5)+(2-x)] =$

$(2-x)(3x+5+2-x) =$

$\boxed{(2-x)(2x+7)}$

☞ **Pas de changement de signe** car il y a **un signe +** avant **la parenthèse $(2-x)$**.

$(x-3)(x+7) - (x-3) =$

$(x-3)(x+7) - (x-3)\times 1 =$

$(x-3)[(x+7)-1] =$

$(x-3)(x+7-1) =$ **Astuce** du "1".

$\boxed{(x-3)(x+6)}$

☞ **Ne pas oublier "1"** car $(x-3) = (x-3)\times 1$.

Comment factoriser avec une identité remarquable ?

1. Utiliser $(a + b)^2$ ou $(a - b)^2$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$25x^2 + 30x + 9 = \boxed{(5x + 3)^2}$$

$(5x)^2$ $\quad 2 \times 5x \times 3$ $\quad 3^2$

On repère **cette méthode** car :
- il y a **deux carrés** $25x^2$ et 9 ;
- il y a un + devant le **3ème terme**.

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$16x^2 - 8x + 1 = \boxed{(4x - 1)^2}$$

$(4x)^2$ $\quad 2 \times 4x \times 1$ $\quad 1^2$

On repère **cette méthode** car :
- il y a **deux carrés** $16x^2$ et 1 ;
- il y a un - devant **le 3ème terme**.

2. Utiliser $(a + b)(a - b)$

$$a^2 - b^2 = \boxed{(a + b)(a - b)}$$

$$25x^2 - 9 = \boxed{(5x + 3)(5x - 3)}$$

$(5x)^2$ $\quad 3^2$

On repère **cette méthode** car :
- il y a seulement **deux carrés** : $25x^2$ et 9 ;
- ils sont séparés par **un signe -**.

$49 - (3x + 2)^2 =$

$7^2 - (3x + 2)^2 =$

$[7 + (3x + 2)][7 - (3x + 2)] =$

$[7 + (3x + 2)][7 + (-3x - 2)] =$

$(7 + 3x + 2)(7 - 3x - 2) =$

$$\boxed{(3x + 9)(-3x + 5)}$$

☞ **Penser à ajouter l'opposé** de $(3x + 2)$ car il y a **un signe -** avant **la parenthèse $(3x + 2)$**.

3. Utiliser $(a + b)(a - b)$

$(4x - 1)^2 - (5x + 2)^2 =$

$[(4x-1)+(5x+2)][(4x-1)-(5x+2)]=$

$[(4x-1)+(5x+2)][(4x-1)+(-5x-2)]=$

$[4x - 1 + 5x + 2][4x - 1 - 5x - 2] =$

$$\boxed{(9x + 1)(-x - 3)}$$

☞ **Penser à ajouter l'opposé** de $(5x + 2)$ car il y a **un signe –** avant **la parenthèse $(5x + 2)$**.

4. Avec une racine carrée

$$4x^2 - 3 = \boxed{(2x + \sqrt{3})(2x - \sqrt{3})}$$

$(2x)^2$ $\quad (\sqrt{3})^2$

☞ **Rappel** : $(\sqrt{3})^2 = 3$

On utilise $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Comment résoudre une équation ou inéquation du 1er degré ?

1. Résoudre l'équation $-3x - 5 = 8$

Il doit y avoir **d'un côté** du "**=**"
les **termes en** x
et **de l'autre côté les nombres**.

Pour cela, on **ajoute 5 aux deux membres** :

$$-3x = 5 + 8$$
$$-3x = 13$$
$$x = \boxed{\frac{13}{-3}}$$

Pour obtenir x, on **divise les deux membres par -3**.

2. Résoudre $4x + 5 = -7x + 4$

$$4x = -7x + 4 - 5$$
$$4x + 7x = +4 - 5$$
$$11x = -1$$
$$x = \boxed{\frac{-1}{11}}$$

On procède de la même façon, mais :
- on **soustrait 5** aux **2 membres** ;
- on **ajoute 7x** aux **deux membres** ;
- on **divise** les **deux membres par 11**.

3. Résoudre $3(x - 2) = -4 + (x + 5)$

$$3x - 6 = -4 + x + 5$$
$$3x - 6 = +x + 1$$
$$3x - x = +6 + 1$$
$$2x = 7$$
$$x = \frac{7}{2}$$
$$x = \boxed{3{,}5}$$

On effectue la division car on obtient un **nombre décimal**.

On procède de la même façon, mais il faut d'abord **développer** et **réduire les deux membres**.

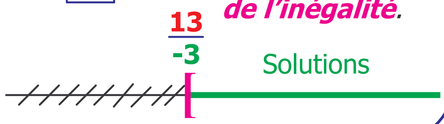
4. Résoudre l'inéquation $-3x - 5 \leqslant 8$

On procède de la même façon que pour résoudre une équation.

$$-3x \leqslant 5 + 8$$
$$-3x \leqslant 13$$
$$x \geqslant \boxed{\frac{13}{-3}}$$

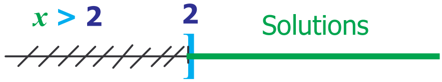
sauf

*Quand on **divise par un nombre négatif**, on **change le sens de l'inégalité**.*

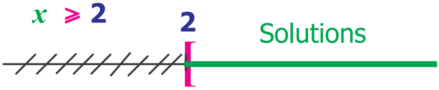


5. Représenter les solutions d'une inéquation

$x > 2$

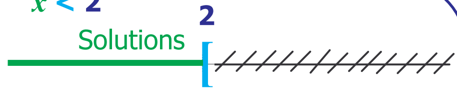


$x \geqslant 2$

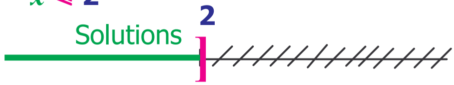


x **est plus grand que 2** donc **les solutions** sont **à droite** de **2**.

$x < 2$



$x \leqslant 2$



x **est plus petit que 2** donc **les solutions** sont **à gauche** de **2**.

Lorsqu'il y a le **signe "="** en plus de "**<**" ou "**>**", on oriente **le crochet du côté des solutions** pour indiquer que **2 convient**.

Comment résoudre une équation produit ?

1. Résoudre l'équation : $(2x-3)(-4x+2) = 0$

Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$.

donc $2x-3 = 0$ ou $-4x+2 = 0$

$2x-3 = 0$	$-4x+2 = 0$
$2x = 3$	$-4x = -2$
$x = \frac{3}{2}$	$x = \frac{-2}{-4}$
	$x = \frac{1}{2}$

L'équation a **2 solutions** $\boxed{\frac{3}{2} \text{ et } \frac{1}{2}}$.

2. Résoudre l'équation : $5(4x+5)(-3x-2) = 0$

Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$.

donc $4x+5 = 0$ ou $-3x-2 = 0$

(5 ne peut pas être égal à 0.)

$4x+5 = 0$	$-3x - 2 = 0$
$4x = -5$	$-3x = 2$
$x = \frac{-5}{4}$	$x = \frac{2}{-3}$
$x = -\frac{5}{4}$	$x = -\frac{2}{3}$

L'équation a **2 solutions** $\boxed{-\frac{5}{4} \text{ et } -\frac{2}{3}}$.

3. Résoudre l'équation : $(2x + 1)^2 = 36$

$(2x + 1)^2 = 36$

$(2x + 1)^2 - 36 = 0$
- ***on soustrait 36*** *pour que le membre de droite* ***soit nul****.*

$(2x + 1)^2 - 6^2 = 0$
- ***on écrit 36*** *sous la forme* ***6²****.*

$[(2x + 1) + 6]\,[(2x + 1) - 6] = 0$
- ***on factorise*** *à l'aide de :* $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$(2x + 1 + 6)(2x + 1 - 6) = 0$

$(2x + 7)(2x - 5) = 0$
- *on obtient* ***une équation produit*** *que l'on sait résoudre.*

Comment résoudre une équation $x^2 = a$?

1. Résoudre l'équation : $x^2 = 25$

$x^2 = 25$

donc $x = \sqrt{25} = +5$ ou $x = -\sqrt{25} = -5$

L'équation a **2 solutions** :

$\boxed{+5 \text{ et } -5}$

2. Résoudre l'équation : $x^2 = 3$

$x^2 = 3$

donc $x = +\sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$

L'équation a **2 solutions** :

$\boxed{\sqrt{3} \text{ et } -\sqrt{3}}$

3. Résoudre l'équation : $x^2 = 0$

$x^2 = 0$

L'équation a **une seule solution** :

$x = \boxed{0}$

4. Résoudre l'équation : $x^2 = -4$

$x^2 = -4$

Un **carré** est toujours **positif**,

donc **x^2 ne peut pas être égal à -4**.

L'équation n'a pas de solution.

Comment faire un exercice "type brevet" ?

Enoncé de l'exercice

Soit **A** = **($3x$-1) (x+2) - ($3x$-1)**.

1. Développer, réduire et ordonner A.

2. Factoriser A.

3. Calculer la valeur de A pour $x = 2$ puis pour $x = \frac{1}{3}$.

4. Résoudre $(3x-1)(x+1) = 0$.

1. Développer, réduire et ordonner A

$A = (3x-1)(x+2) - (3x-1)$

$A = (3x^2+6x-1x-2) - (3x-1)$

$A = (3x^2+6x-1x-2) + (-3x+1)$

$A = 3x^2+6x-1x-2-3x+1$

$A = \boxed{3x^2+2x-1}$

2. Factoriser A

$A = (3x-1)(x+2) - (3x-1)$

$A = (3x-1)[(x+2) - 1]$

$A = (3x-1)[x+2-1]$

$A = \boxed{(3x-1)(x+1)}$

☛ *On peut **vérifier** que le résultat de la **factorisation** est égal au résultat du **développement**.*

$(3x-1)(x+1) = 3x^2 + 3x - 1x - 1$
$= 3x^2 + 2x - 1$

3. Calculer la valeur de A pour $x = 2$

$A = 3 \times 2^2 + 2 \times 2 - 1$

$A = 3 \times 4 + 2 \times 2 - 1$

$A = 12 + 4 - 1$

$A = \boxed{15}$

☛ *On peut au choix **remplacer** x par **2** :*

- *dans la **factorisation** ou le **développement** (car **on a vérifié** que le résultat de la **factorisation** est égal au résultat du **développement**).*
- *dans l'**énoncé** (c'est **plus sûr** mais **plus long** et **plus compliqué**).*

4. Calculer la valeur de A pour $x = \frac{1}{3}$

$A = (3 \times \frac{1}{3} - 1) \times (\frac{1}{3} + 1)$

$A = (1 - 1) \times (\frac{1}{3} + 1)$

$A = 0 \times (\frac{1}{3} + 1)$ $\quad A = \boxed{0}$

☛ *Pour $x = \frac{1}{3}$, on a intérêt à utiliser la **factorisation** car il y a une chance qu'**une des parenthèses soit égale à zéro**, ce qui est le cas ici, donc **ce n'est pas la peine de calculer** la **2ème parenthèse**. (**0** multiplié par n'importe quel nombre est égal à **zéro**).*

5. Résoudre $(3x-1)(x+1) = 0$

Si **a × b = 0** alors **a = 0 ou b = 0**.

donc $3x-1 = 0$ ou $x+1 = 0$

$3x-1 = 0$	$x+1 = 0$
$3x = 1$	$x = -1$
$x = \frac{1}{3}$	

L'équation a **2 solutions** $\boxed{\frac{1}{3} \text{ et } -1}$.

<u>Remarque</u> :
*On retrouve souvent la **factorisation** dans **l'équation produit**. On retrouve aussi la valeur $\frac{1}{3}$ de la question **4**.*

Comment résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues ?

1. Par combinaison : Résoudre $\begin{cases} 3x - 5y = -9 \\ -2x - 3y = -13 \end{cases}$

Calcul de x (on élimine y)

$$\begin{cases} 3x - 5y = -9 & \times 3 \\ -2x - 3y = -13 & \times -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - 15y = -27 \\ 10x + 15y = 65 \end{cases}$$

$$19x = 38$$

$$x = \frac{38}{19} \qquad x = 2$$

*On choisit **3** et **-5** pour obtenir **-15**y et **15**y qui vont s'éliminer.*

Calcul de y (on élimine x)

$$\begin{cases} 3x - 5y = -9 & \times 2 \\ -2x - 3y = -13 & \times 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 10y = -18 \\ -6x - 9y = -39 \end{cases}$$

$$-19y = -57$$

$$y = \frac{-57}{-19} \qquad y = 3$$

*On choisit **2** et **3** pour obtenir **6**x et **-6**x qui vont s'éliminer.*

Vérification

$$\begin{cases} 3 \times 2 - 5 \times 3 = 6 - 15 = -9 \\ -2 \times 2 - 3 \times 3 = -4 - 9 = -13 \end{cases}$$

La solution du système est $\boxed{(2\,;\,3)}$.

*Dans **le système d'équations** donné dans l'énoncé, on **remplace** x et y **par les nombres trouvés**. On doit obtenir **-9** et **-13**.*

2. Par substitution : Résoudre $\begin{cases} 3x + 2y = 21 \\ x + y = 9 \end{cases}$

*On exprime y en fonction de x dans la 2ème équation car le nombre devant y est **1**, autrement, des fractions apparaîtraient.*

Calcul de x

(on exprime y en fonction de x)

$$\begin{cases} 3x + 2y = 21 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

On remplace y par sa valeur.

$$\begin{cases} 3x + 2(9 - x) = 21 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 18 - 2x = 21 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

On conserve $y = 9 - x$ tout le long du calcul.

$$\begin{cases} x + 18 = 21 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 21 - 18 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 9 - x \end{cases}$$

Calcul de y

(on remplace x par sa valeur)

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 9 - 3 \end{cases}$$

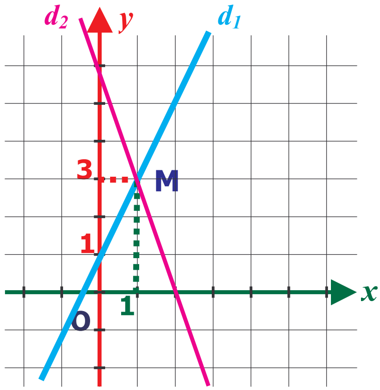
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$$

Vérification

$$\begin{cases} 3 \times 3 + 2 \times 6 = 9 + 12 = 21 \\ 3 + 6 = 9 \end{cases}$$

La solution du système est $\boxed{(3\,;\,6)}$

3. Graphiquement : $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -3x + 6 \end{cases}$



- On trace la droite d_1 d'équation $y = 2x + 1$.
- On trace la droite d_2 d'équation $y = -3x + 6$.
- On lit les coordonnées du **point d'intersection M** des **2 droites** d_1 et d_2 sur le dessin : **M** (**1** ; **3**)
- **La solution** du système est $\boxed{(1\ ;\ 3)}$.

Comment mettre un problème en équation ?

Enoncé

1. Résoudre le système :
$$\begin{cases} 3x + 2y = 21 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

2. Un groupe de 9 personnes s'est inscrit pour un voyage. Ce groupe est composé d'adultes et d'enfants.

Les adultes paient 30 € et les enfants 20 €. Le responsable du groupe a remis 210 € à l'organisateur.

Combien y a-t-il d'adultes et d'enfants dans ce groupe ?

1. Résolution du système

Ce système est résolu à la page précédente, on trouve x = **3** et y = **6**.

2. Mise en équation

Soient x le **nombre d'adultes** et y le **nombre d'enfants**.

- Le groupe est formé de **9 personnes**. donc $x + y = \mathbf{9}$
- Le voyage coûte **210 €**. donc $\mathbf{30x} + \mathbf{20y} = \mathbf{210}$

Prix pour x adultes qui payent chacun 30 €.

Prix pour y enfants qui payent chacun 20 €.

Il faut résoudre le système :
$$\begin{cases} 30x + 20y = 210 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

Après **avoir divisé par 10** la **1ère équation**, cela revient à résoudre :
$$\begin{cases} 3x + 2y = 21 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

3. Conclusion

On retrouve **le système** de **la question 1.**, donc il y a **3 adultes** et **6 enfants** *(**ce n'est pas la peine** de résoudre le système une 2ème fois)*. **Vérifions** :

Prix pour **3 adultes** : 30 × **3** = **90 €**   Prix pour **6 enfants** : 20 × **6** = **120 €**

Prix total : **90** + **120** = **210 €**

Il y a **3 adultes** et **6 enfants** donc **9 personnes**.

Comment reconnaître une situation de proportionnalité ?

1. Coefficient de proportionnalité

Sonneries de téléphone mobile :

Nombre de sonneries	1	2	5
Prix payé (en €)	3	6	15

× 3

En **divisant** les nombres de la **2ème ligne** par ceux de la **1ère**, on trouve toujours **3** donc c'est une situation de **proportionnalité**.

3 est le **coefficient de proportionnalité**.

2. Produits en croix

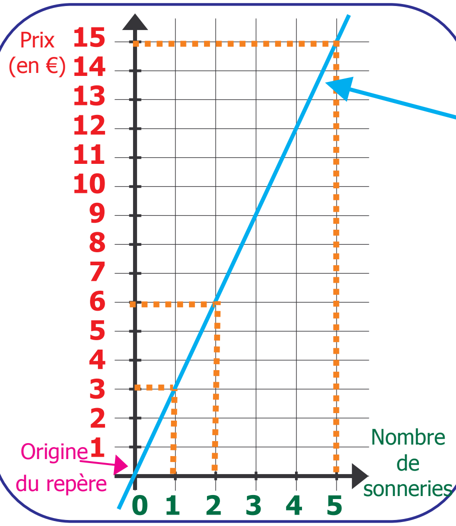
Nombre de sonneries	1	2	5
Prix payé (en €)	3	6	15

$\left.\begin{array}{l} 1 \times 6 = 6 \\ 2 \times 3 = 6 \end{array}\right\}$ **Produits en croix égaux**

$\left.\begin{array}{l} 2 \times 15 = 30 \\ 5 \times 6 = 30 \end{array}\right\}$ **Produits en croix égaux**

Les **produits en croix** sont **égaux**, donc c'est une situation de **proportionnalité**.

3. Représentation graphique



On obtient une **droite** qui passe par **l'origine du repère**, donc il s'agit d'une situation de **proportionnalité**.

4. A l'aide de la relation $y = ax$

On appelle x le **nombre de sonneries** et y le **prix payé**.

On a : $y = 3x$.

$y = 3x$ permet de savoir qu'il s'agit d'une situation de **proportionnalité**. Le **coefficient de proportionnalité** est **3**.

Comment calculer une 4ème proportionnelle ?

1. Coefficient de proportionnalité

Nombre	4	a	2
Prix	20	15	b

Coefficient de proportionnalité :

$20 : 4 = 5$

$a = 15 : 5 = \boxed{3}$ $\quad b = 2 \times 5 = \boxed{10}$

2. Produits en croix

Nombre	4	a	2
Prix	20	15	b

$a \times 20 = 4 \times 15$ $\quad 4 \times b = 20 \times 2$

$a = \dfrac{4 \times 15}{20} = \boxed{3}$ $\quad b = \dfrac{20 \times 2}{4} = \boxed{10}$

En cas d'erreur, pour calculer **b**, il vaut mieux ne pas utiliser le résultat de **a**.

Comment calculer avec des pourcentages ?

1. Appliquer un pourcentage

90% des **150 élèves** de 3ème ont eu le brevet.
Combien d'élèves ont réussi ?

$$150 \times \frac{90}{100} = \boxed{135}$$

135 élèves ont réussi.

Combien *: il faut répondre par un* ***nombre****, pas par un pourcentage.*

2. Trouver un pourcentage

120 élèves sur **150** ont réussi au brevet. Quel est le **pourcentage** d'élèves qui ont réussi au brevet ?

$$\frac{120}{150} = \frac{x}{100}$$

On cherche ***combien d'élèves sur 100*** *ont réussi.*

donc $x \times 150 = 120 \times 100$

$$x = \frac{120 \times 100}{150}$$

$$x = \boxed{80}$$

80% des élèves ont réussi.

3. Trouver un nombre après ou avant une augmentation ou réduction (Méthode vue avant la 3ème)

Après :

Dans un magasin, les prix ont **augmenté** en moyenne de **5%**. Quel est **le nouveau prix** d'une **calculatrice** qui coûtait **20 €** ?

- **Montant** de **l'augmentation** :

$$20 \times \frac{5}{100} = 1$$

- **Nouveau prix** : $20 + 1 = \boxed{21\ €}$

Pour une ***réduction****, on* ***soustrait*** *au lieu d'****ajouter****.*

Avant :

Soldes de **20%**.
Quel est **l'ancien prix** d'un **DVD** qui coûte maintenant **12 €** ?

Ancien prix	**100**	x
Nouveau prix	**80**	**12**

Soldes de **20%**, donc pour un **ancien prix** de **100 €**, **la réduction** est de **20 €** et **le nouveau prix** est **80 €**. On a : $x \times 80 = 100 \times 12$

$$\text{donc } x = \frac{100 \times 12}{80} = \boxed{15\ €}$$

Idem *pour une* ***augmentation****.*

4. Trouver un nombre après ou avant une augmentation ou réduction (3ème)

Après : (même exemple qu'en **3.**)

Trouver **un prix après une augmentation** de **5%** revient à **multiplier le prix initial 20 €** par :

$$1 + \frac{5}{100} = 1 + 0{,}05 = \boxed{1{,}05}$$

$$\text{Prix initial} \xrightarrow{\times 1{,}05} \text{Prix final}$$

$$20 \times 1{,}05 = \boxed{21\ €}$$

Avant : (même exemple qu'en **3.**)

Trouver **un prix avant une réduction** de **20%** revient à **diviser le prix final 12 €** par :

$$1 - \frac{20}{100} = 1 - 0{,}20 = \boxed{0{,}8}$$

$$\text{Prix initial} \xleftarrow{:\ 0{,}8} \text{Prix final}$$

$$12 : 0{,}8 = \boxed{15\ €}$$

Comment convertir des durées ?

1. Heures minutes → heures

Convertir **2 h 30 min** en **h**.

Rappel : $\boxed{1\text{ h} = 60\text{ min}}$

Les durées en heures et en minutes sont proportionnelles.

heures	1	0,5
minutes	60	30

× 60 ; : 60

30 min = **0,5 h**

donc **2 h 30 min** = **2 h + 0,5 h**

2 h 30 min = $\boxed{\textbf{2,5 h}}$

☞ **Attention** à **l'erreur classique** :

2 h 30 min ≠ 2,30 h

2. Minutes → heures minutes

Convertir **456 minutes** en **h min**.

Autrement dit, dans ***456 minutes*** ***combien de fois*** *a-t-on* ***60 minutes*** *et* ***combien de minutes*** *reste-t-il ?*

Pour le savoir, on effectue ***la division euclidienne*** *de* ***456*** *par* ***60*** *:*

$$\begin{array}{r|l} 456 & 60 \\ \cline{2-2} -\ 420 & 7 \\ \cline{1-1} 36 & \end{array}$$

456 = **7** × **60** + **36**

donc $\boxed{\textbf{456 min} = \textbf{7 h 36 min}}$

Comment calculer des grandeurs composées ?

1. Grandeur produit

Le produit de deux grandeurs donne **une nouvelle grandeur** appelée **grandeur produit**.

$\boxed{\textbf{Energie} = \textbf{puissance} \times \textbf{durée}}$

Exemple : Calculer **l'énergie** consommée par une ampoule de **60 W** allumée pendant **8 h**.

E = **60** × **8** = $\boxed{\textbf{480 W.h}}$

Remarque : **L'énergie** est en **W.h** car **la puissance** est en **W** et **la durée** en **h**.

L'unité du résultat dépend **des unités des grandeurs** que l'**on multiplie** ou que l'**on divise**.

2. Grandeur quotient

Le quotient de deux grandeurs de natures différentes donne **une nouvelle grandeur** appelée **grandeur quotient**.

$$\boxed{\text{Vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{durée}}}$$

Exemple : Calculer **la vitesse** d'un TGV parcourant **640 km** en **2 h 30 min**.

2 h 30 min = **2,5 h** (voir **1.** ci-dessus)

$$V = \frac{640}{2{,}5} = \boxed{256\text{ km.h}^{-1}}$$

Remarque : **La vitesse** est en **km.h^{-1}** car **la distance** est en **km** et **la durée** en **h**.

Comment travailler avec des fonctions linéaires ?

1. Calculer une image

Soit **f** : $x \longmapsto 3x$.

Calculer **l'image** de **5** par **f** (ou calculer **f (5)**, c'est pareil).

*On remplace x par **5** :*

$f(5) = 3 \times 5$

$= \boxed{15}$

L'image de **5** par **f** est **15**.

2. Calculer un antécédent

Soit **f** : $x \longmapsto 3x$.

Calculer **l'antécédent** de **-7** par **f**.

On doit avoir $3x = -7$ et il faut calculer x :

$3x = -7$ $\quad x = \boxed{\dfrac{-7}{3}}$

L'antécédent de **-7** par **f** est $\dfrac{-7}{3}$.

3. Calculer le coefficient

Soit **f une fonction linéaire** telle que **f (2)** = **1**.
Déterminer **cette fonction linéaire**.

C'est **une fonction linéaire**, donc $f(x) = ax$.

$f(2) = 1$ donc $a \times 2 = 1$

donc $a = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

La fonction linéaire cherchée est :

$\boxed{f : x \longmapsto \dfrac{1}{2}x}$

4. Représentation graphique

Représenter graphiquement **la fonction f** définie par $f(x) = 3x$

*On fait **un tableau de valeurs en choisissant 2 valeurs quelconques pour** x et **on calcule** y.*

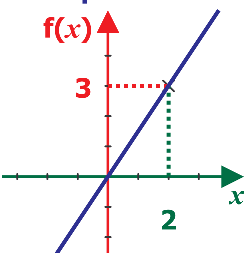
x	0	2
y	0	6

*Il reste à **placer les points** de coordonnées (**0** ; **0**) et (**2** ; **6**) puis à **tracer la droite**.*

Remarque : La représentation graphique d'une fonction linéaire est **une droite** qui passe par l'origine.

5. Image graphiquement

Trouver **l'image** de **2** avec **la représentation graphique de f.**

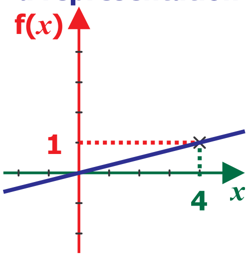


*On part de **2** sur **l'axe des abscisses**, on va jusqu'à **la droite**, et on obtient **3** sur **l'axe des ordonnées**.*

L'image de **2** par **f** est $\boxed{3}$.

6. Antécédent graphiquement

Trouver **l'antécédent** de **1** avec **la représentation graphique de f.**



*On part de **1** sur **l'axe des ordonnées**, on va jusqu'à **la droite**, et on obtient **4** sur **l'axe des abscisses**.*

L'antécédent de **1** par **f** est $\boxed{4}$.

Comment travailler avec des fonctions affines ?

1. Calculer une image

Soit **f** : $x \longmapsto 3x - 4$.

Calculer **l'image** de **5** par **f**
(ou calculer **f (5)**, c'est pareil).

*On remplace x par **5** :*

$$\mathbf{f}\,(5) = 3 \times 5 - 4$$
$$= 15 - 4$$
$$= \boxed{11}$$

L'image de **5** par **f** est **11**.

2. Calculer un antécédent

Soit **f** : $x \longmapsto 3x - 4$.

Calculer **l'antécédent** de **-7** par **f**.

On doit avoir $3x - 4 = -7$
et il faut calculer x :

$$3x = -7 + 4$$
$$3x = -3$$
$$x = \frac{-3}{3} \qquad x = \boxed{-1}$$

L'antécédent de **-7** par **f** est **-1**.

3. Calculer les coefficients

Soit **f une fonction affine** telle que **f (2) = 1** et **f (-3) = -11**.
Déterminer **cette fonction affine**.

C'est **une fonction affine**,
donc **f** $(x) = ax + b$.

f (2) = **1** donc $2a + b = 1$
f (-3) = **-11** donc $-3a + b = -11$

*Il reste à **résoudre ce système pour trouver a** et **b**.*

4. Représentation graphique

Représenter graphiquement **la fonction f** définie par **f** $(x) = 3x - 4$.

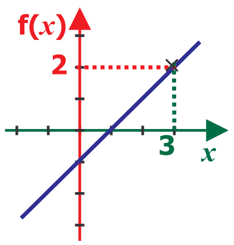
*On fait **un tableau de valeurs en choisissant 2 valeurs quelconques pour** x et **on calcule** y.*

x	0	3
y	-4	5

*Il reste à **placer les points** de coordonnées (**0** ; **-4**) et (**3** ; **5**) puis à **tracer la droite**.*

5. Image graphiquement

Trouver **l'image** de **3** avec **la représentation graphique de f.**

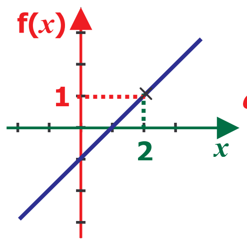


*On part de **3** sur **l'axe des abscisses**, on va jusqu'à **la droite**, et on obtient **2** sur **l'axe des ordonnées**.*

L'image de **3** par **f** est $\boxed{2}$.

6. Antécédent graphiquement

Trouver **l'antécédent** de **1** avec **la représentation graphique de f.**



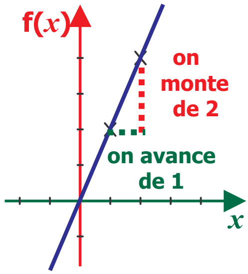
*On part de **1** sur **l'axe des ordonnées**, on va jusqu'à **la droite**, et on obtient **2** sur **l'axe des abscisses**.*

L'antécédent de **1** par **f** est $\boxed{2}$.

Comment trouver les coefficients d'une fonction graphiquement ? (pas obligatoire en $3^{ème}$)

1. Fonction linéaire : f : $x \rightarrow ax$

Trouver **le coefficient a** de **f** avec **sa représentation graphique**.



*On part d'**un point** sur la **représentation graphique** de **f**, **on avance de 1 unité sur l'axe des abscisses**, et **on monte de 2 unités sur l'axe des ordonnées**.*

Le coefficient a de **f** est $\boxed{2}$.

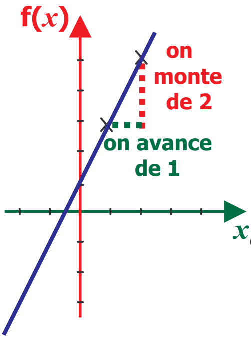
Avertissement :

☛ Il **n'est pas indispensable en $3^{ème}$** (pour le brevet) de savoir trouver les coefficients d'une fonction par la méthode graphique.

☛ En revanche, pour les élèves qui iront **en 2^{nde}**, **il est important** de savoir trouver les coefficients d'une fonction à partir de sa représentation graphique.

2. Fonction affine : f : $x \rightarrow ax + b$

Trouver **le coefficient a** de **f** avec **sa représentation graphique**.

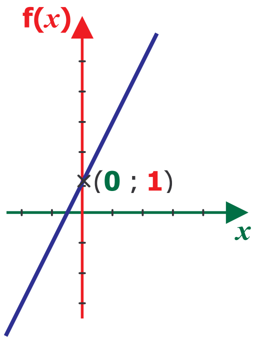


*On part d'**un point** sur la **représentation graphique** de **f**, **on avance de 1 unité sur l'axe des abscisses**, et **on monte de 2 unités sur l'axe des ordonnées**.*

Le coefficient a de **f** est $\boxed{2}$.

Remarque : **Le coefficient a** s'appelle **le coefficient directeur** ou **la pente** de **la droite**.

Trouver **le coefficient b** de **f** avec **sa représentation graphique**.



*On lit l'**ordonnée du point** de **la représentation graphique** de **f** qui a pour **abscisse 0** : c'est **1** .*

Le coefficient b de **f** est $\boxed{1}$.

Remarque : **Le coefficient b** s'appelle **l'ordonnée à l'origine** de **la droite**.

Comment résoudre un problème « type brevet » avec des fonctions ?

Enoncé

Dans un magasin, une cartouche d'encre coûte 15 €. Sur un site Internet, cette cartouche coûte 10 €, avec des frais de livraison fixes de 40 €, quel que soit le nombre de cartouches.

1. Reproduire et compléter ce tableau :

Nombre de cartouches	2	5	11	14
Prix magasin		75		
Prix Internet		90		

2. On note x le nombre de cartouches.

a. On note P_A le prix à payer pour l'achat de x cartouches en magasin. Exprimer P_A en fonction de x.

b. On note P_B le prix à payer, en comptant la livraison, pour l'achat de x cartouches par Internet. Exprimer P_B en fonction de x.

3. Dans un repère orthogonal, tracer les droites d et d' définies par :

d représente la fonction : $x \longmapsto 15x$

d' représente la fonction : $x \longmapsto 10x + 40$

4. En utilisant le graphique :

a. Déterminer le prix le plus avantageux pour l'achat de 6 cartouches.

b. Sonia dispose de 80 euros pour acheter des cartouches. Est-il plus avantageux pour elle d'acheter des cartouches en magasin ou sur Internet ?

5. A partir de quel nombre de cartouches le prix sur Internet est-il inférieur ou égal à celui du magasin ? Expliquer votre réponse.

Corrigé

1.

Nombre de cartouches	2	5	11	14
Prix magasin	**30**	75	**165**	**210**
Prix Internet	**60**	90	**150**	**180**

2. a. $P_A = 15x$ **b.** $P_B = 10x + 40$

3.

x	0	5
$f(x)$	0	75

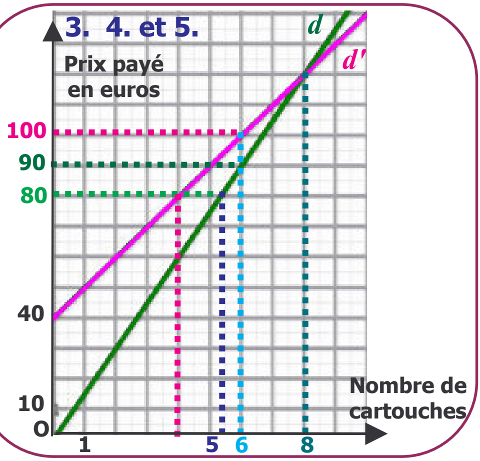
d passe par les points (**0** ; **0**) et (**5** ; **75**).

C'est la représentation du prix P_A.

x	0	5
$g(x)$	40	90

d' passe par les points (**0** ; **40**) et (**5** ; **90**).

C'est la représentation du prix P_B.



4. a. Il est plus avantageux d'acheter les **6 cartouches** **en magasin** (**90 € en magasin** et **100 € sur Internet**).

b. Avec **80 €**, on peut avoir **4 cartouches sur Internet** et **5 en magasin** : il vaut mieux encore les acheter **en magasin**.

5. Pour **plus de 8 cartouches**, c'est plus avantageux **sur Internet**. (la **droite d'** passe "**en dessous**" de d)

Comment calculer des effectifs et des fréquences ?

1. Effectifs

Répartition des mentions au brevet :

Mention	Sans	AB	B	TB
Effectif	20	22	18	14
Effectif cumulé	20	42	60	74

L'**effectif** est **le nombre d'élèves** dans **chaque catégorie**.

L'**effectif cumulé** est **la somme des effectifs** jusqu'à la catégorie considérée.

2. Fréquences

$$\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$$

Mention	Sans	AB	B	TB	Total
Effectif	20	22	18	14	74
Fréquence (en %)	27	30	24	19	100
Fréquence cumulée (en %)	27	57	81	100	

La **fréquence** des élèves ayant la **mention AB** est :

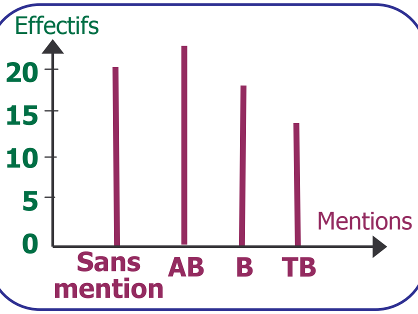
$\frac{22}{74} \approx 0{,}30$ soit $\boxed{30\%}$ à 1% près

On donne souvent **la fréquence** sous forme de **pourcentage**.

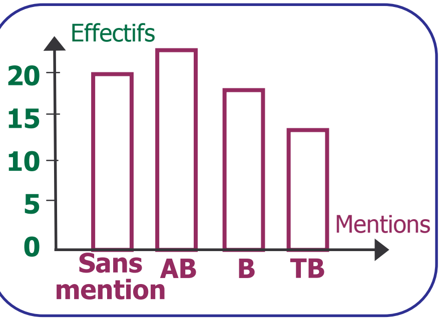
La **fréquence cumulée** est la **somme des fréquences** jusqu'à la catégorie considérée.

Comment représenter une série statistique ?

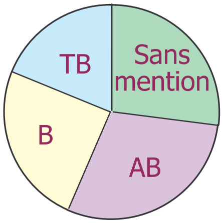
1. Diagramme à bâtons



2. Histogramme



3. Diagramme circulaire



Mention	Sans	AB	B	TB	Total
Effectif	20	22	18	14	74
Angle	x	y	z	t	360

Les angles sont proportionnels aux **effectifs** : $74 \times x = 360 \times 20$

$x = \frac{360 \times 20}{74}$ $\quad x \approx \boxed{97°}$ à 1° près

Comment calculer une moyenne, une médiane et une étendue ?

Dans toute la fiche, nous utiliserons ces **notes** obtenues par un groupe d'élèves :
8 ; **10** ; **10** ; **11** ; **11** ; **11** ; **13** ; **13** ; **15**.

Remarque : Lorsque ce n'est pas fait dans l'énoncé, il faut **ranger les notes par ordre croissant**, c'est plus facile ensuite.

1. Moyenne pondérée

Notes des élèves :

Notes	8	10	11	13	15
Effectif	1	2	3	2	1

Moyenne pondérée par **les effectifs** :

$$\frac{8\times1+10\times2+11\times3+13\times2+15\times1}{9} = \frac{8+20+33+26+15}{9} = \frac{102}{9} \approx \boxed{11{,}3} \text{ à } 0{,}1 \text{ près}$$

① On multiplie chaque **note** par **l'effectif** correspondant.

② On **additionne les résultats**.

③ On **divise** par **l'effectif total**.

2. Regroupement en classes

[8;10[→ notes **entre 8 et 10** : **8 compris** et **10 non compris**.

Classe de notes	[8;10[	[10;12[	[12;14[	[14;16[
Effectif	1	5	2	1
Centre de la classe	9	11	13	15

Moyenne : $\frac{9\times1 + 11\times5 + 13\times2 + 15\times1}{9} = \frac{9+55+26+15}{9} = \frac{105}{9} \approx \boxed{11{,}7}$ à 0,1 près

① On multiplie chaque **centre de la classe** par **l'effectif** correspondant.

② On **additionne les résultats**.

③ On **divise** par **l'effectif total**.

Remarque : Cette **moyenne** n'est pas exacte, c'est **une approximation**.

3. Etendue

L'**étendue** est la **différence** entre la **plus grande** et la **plus petite** valeur.

Les **notes** vont de **8** à **15** donc l'**étendue** est de : **15** - **8** = $\boxed{7}$

Il y a **7 points d'écart** entre la **note la plus élevée** et la note **la plus basse**.

4. Médiane

$$\underbrace{8 ; 10 ; 10 ; 11}_{\text{4 notes inférieures à 11}} ; \boxed{11} ; \underbrace{11 ; 13 ; 13 ; 15}_{\text{4 notes supérieures à 11}}$$

La **médiane** est **la valeur** qui partage **la série de notes** en **deux parties** de **même effectif** donc ici la **médiane** est **11**.

Remarque : Il y a **autant** de **valeurs inférieures** que de **valeurs supérieures** à la **médiane**.

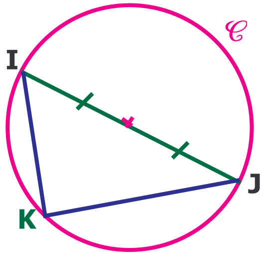
Sommaire : GEOMETRIE

Pages

Comment rédiger une démonstration ?

Exemple :

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de diamètre [IJ].
Soit K un point de ce cercle.
Démontrer que **le triangle IJK est rectangle**.



1. En écrivant la propriété

On écrit les hypothèses :	**[IJ] est un diamètre du cercle $\mathscr{C}$.** **K est un point du cercle $\mathscr{C}$.**
On écrit la propriété :	Si **un côté d'un triangle est le diamètre d'un cercle** et **si le 3ème sommet est sur ce cercle** alors **ce triangle est rectangle**.
On donne la conclusion :	Donc **le triangle IJK est rectangle en K**.

2. Sans écrire la propriété

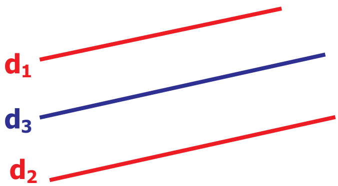
*On **écrit précisément** **les hypothèses** et on **donne directement** **la conclusion** **sans réciter** **la propriété** que l'on utilise :*

K est un point du cercle de diamètre [IJ] donc **le triangle IJK est rectangle en K**.

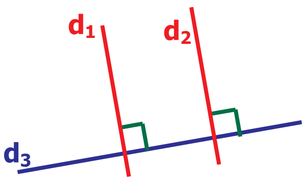
Comment démontrer que deux droites sont parallèles ?

1. Avec les droites

P_1 Si **deux droites sont parallèles à une même troisième** alors **elles sont parallèles entre elles**.

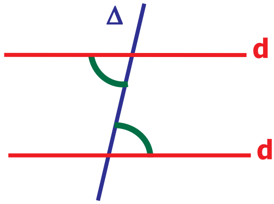


P_2 Si **deux droites sont perpendiculaires à une même troisième** alors **elles sont parallèles entre elles**.

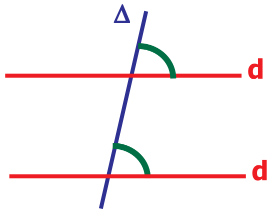


2. Avec les angles

P_3 Si **deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes égaux** alors **elles sont parallèles**.

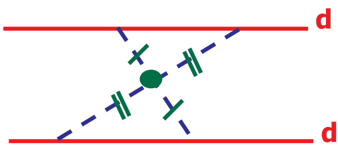


P_4 Si **deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants égaux** alors **elles sont parallèles**.

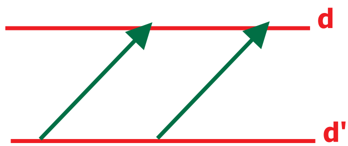


3. Avec les transformations

P_5 Si **deux droites sont symétriques par rapport à un point** alors **elles sont parallèles**.

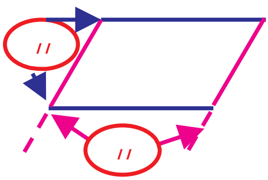


P_6 Si **une droite est l'image d'une droite par une translation** alors **ces deux droites sont parallèles**.



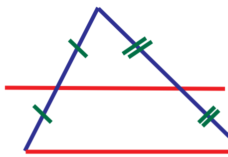
4. Avec les quadrilatères

P_7 Si **un quadrilatère est un parallélogramme** (un losange, un rectangle ou un carré) alors **ses côtés opposés sont parallèles**.



5. Avec la droite des milieux

P_8 Si dans un triangle **une droite passe par les milieux de deux côtés** alors **elle est parallèle au $3^{\text{ème}}$ côté**.

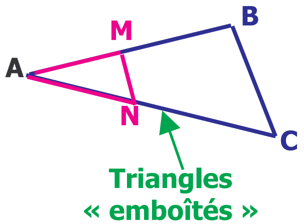


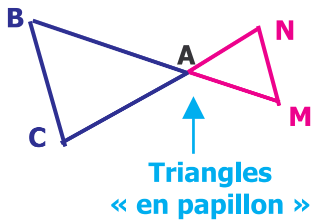
6. Avec la réciproque de la propriété de Thalès

P_9 Si dans les triangles **AMN** et **ABC** :

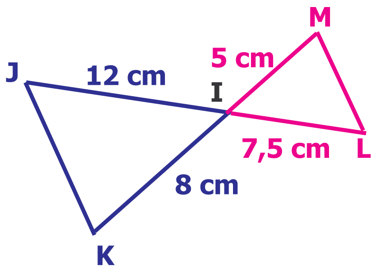
- **A**, **M** et **B** **sont alignés dans le même ordre que** **A**, **N** et **C** ;
- $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

alors **(MN)** et **(BC)** **sont parallèles**.





Exemple : **Démontrer** que **(JK)** et **(ML)** **sont parallèles**.



Dans les triangles **IML** et **IJK** :

- **J**, **I** et **L** **sont alignés dans le même ordre que** **K**, **I** et **M**.
- $\frac{IM}{IK} = \frac{5}{8}$ et $\frac{IL}{IJ} = \frac{7,5}{12}$

$5 \times 12 = 60$

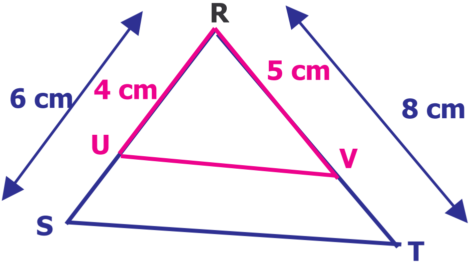
$8 \times 7,5 = 60$

Les produits en croix **sont égaux** donc $\frac{IM}{IK} = \frac{IL}{IJ}$.

D'après la réciproque de la propriété de Thalès,
(JK) et **(ML)** **sont parallèles**.

Comment démontrer que deux droites ne sont pas parallèles ?

Exemple : **Démontrer** que **(UV)** et **(ST)** **ne sont pas parallèles**.



Dans les triangles **RUV** et **RST** :

- **R**, **U** et **S** **sont alignés dans le même ordre que** **R**, **V** et **T**.
- $\frac{RU}{RS} = \frac{4}{6}$ et $\frac{RV}{RT} = \frac{5}{8}$

$4 \times 8 = 32$

$6 \times 5 = 30$

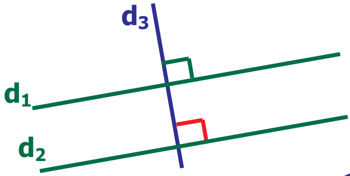
Les produits en croix **ne sont pas égaux** donc $\frac{RU}{RS} \neq \frac{RV}{RT}$.

donc **(UV)** et **(ST)** **ne sont pas parallèles**.

Comment démontrer que deux droites sont perpendiculaires ?

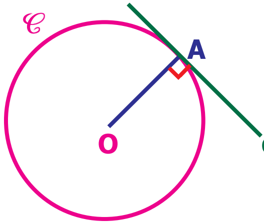
1. Avec les droites

P_{10} Si **deux droites sont parallèles** et **si une troisième est perpendiculaire à l'une** alors **elle est perpendiculaire à l'autre**.



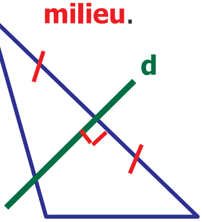
2. Avec la tangente à un cercle

P_{11} Si **une droite est tangente à un cercle** alors **elle est perpendiculaire au rayon au point de contact**.

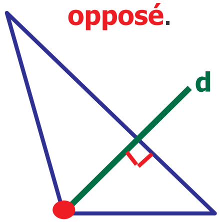


3. Avec les droites remarquables du triangle

P_{12} Si **une droite est la médiatrice d'un segment** alors **elle est perpendiculaire à ce segment et elle passe par son milieu**.

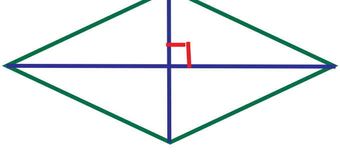


P_{13} Si dans un triangle **une droite est une hauteur** alors **elle passe par un sommet et est perpendiculaire au côté opposé**.

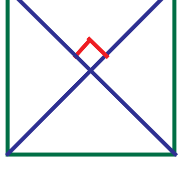


4. Avec les quadrilatères

P_{14} Si **un quadrilatère est un losange** alors **ses diagonales sont ses axes de symétrie et sont perpendiculaires**.



P_{15} Si **un quadrilatère est un carré** alors **ses diagonales sont perpendiculaires**.

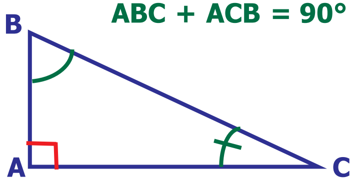


Comment démontrer qu'un triangle est rectangle ?

1. Avec les angles

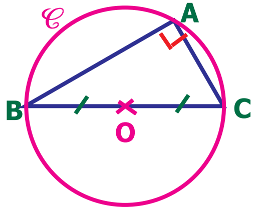
P$_{16}$ Si **un triangle a deux angles complémentaires** alors **il est rectangle**.

$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$



2. Avec un cercle

P$_{17}$ Si **un côté d'un triangle est le diamètre d'un cercle** et si **le 3$^{\text{ème}}$ sommet est sur ce cercle** alors **ce triangle est rectangle**.

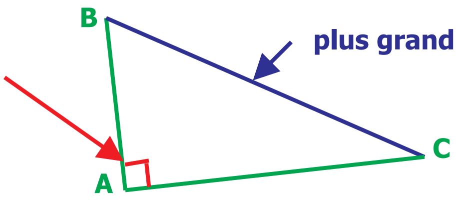


3. Avec la réciproque du théorème de Pythagore

P$_{18}$ Si dans un triangle ABC, **$BC^2 = AB^2 + AC^2$**
(BC étant la longueur du plus grand côté)
alors **ce triangle est rectangle en A**.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

plus grand côté

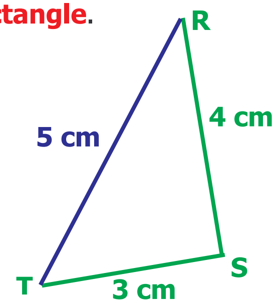


Exemple : **Démontrer** que **le triangle RST est rectangle**.

Dans le triangle RST, **[RT] est le plus long côté**.

$RT^2 = 5^2$	$ST^2 + SR^2 = 3^2 + 4^2$
$RT^2 = 25$	$ST^2 + SR^2 = 9 + 16$
	$ST^2 + SR^2 = 25$

$RT^2 = ST^2 + SR^2$



D'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle RST est rectangle en S.

Comment démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle ?

Exemple : **Démontrer** que **le triangle EFG n'est pas rectangle**.

Dans le triangle EFG, **[FG] est le plus long côté**.

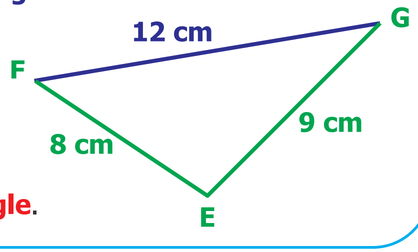
$FG^2 = 12^2$ | $EF^2 + EG^2 = 8^2 + 9^2$

$FG^2 = 144$ | $EF^2 + EG^2 = 64 + 81$

$EF^2 + EG^2 = 145$

$FG^2 \neq EF^2 + EG^2$

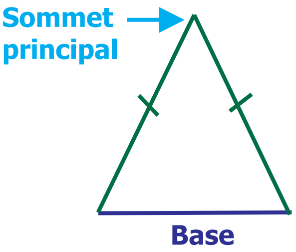
donc le triangle EFG n'est pas rectangle.



Comment démontrer qu'un triangle est isocèle ?

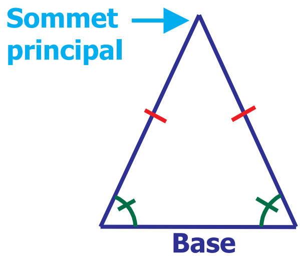
1. Avec les côtés

P$_{19}$ Si **un triangle a deux côtés égaux** alors **il est isocèle**.



2. Avec les angles

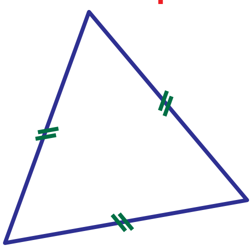
P$_{20}$ Si **un triangle a deux angles égaux** alors **il est isocèle**.



Comment démontrer qu'un triangle est équilatéral ?

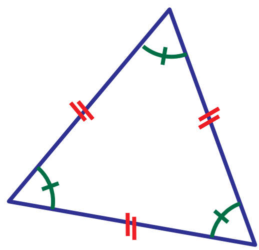
1. Avec les côtés

P$_{21}$ Si **un triangle a trois côtés égaux** alors **il est équilatéral**.



2. Avec les angles

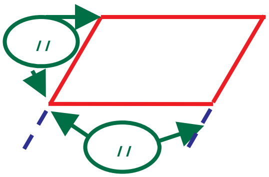
P$_{22}$ Si **un triangle a trois angles égaux** alors **il est équilatéral**.



Comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?

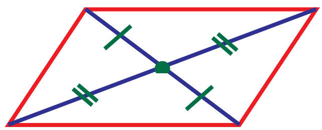
1. Avec la définition

P_{23} Si **un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles** alors **c'est un parallélogramme**.



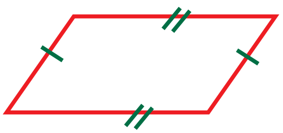
2. Avec les diagonales

P_{24} Si **un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu** alors **c'est un parallélogramme**.

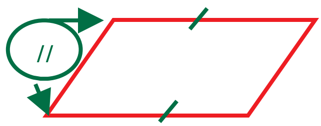


3. Avec les côtés opposés

P_{25} Si **un quadrilatère a <u>ses</u> côtés opposés de même longueur** alors **c'est un parallélogramme**.

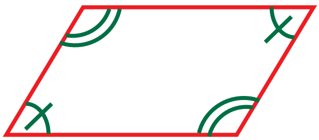


P_{26} Si **un quadrilatère** (non croisé) **a <u>2</u> côtés opposés parallèles et de même longueur** alors **c'est un parallélogramme**.



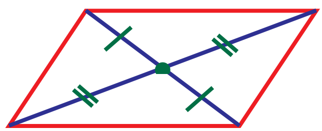
4. Avec les angles

P_{27} Si **un quadrilatère a ses angles opposés égaux** alors **c'est un parallélogramme**.



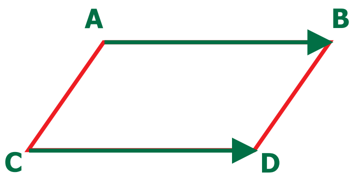
5. Avec un centre de symétrie

P_{28} Si **un quadrilatère a un centre de symétrie** alors **c'est un parallélogramme**.

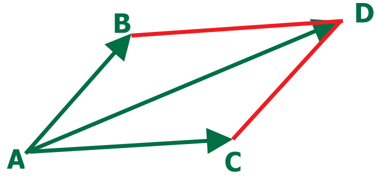


6. Avec les vecteurs

P_{29} Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors **ABDC est un parallélogramme** (éventuellement aplati).

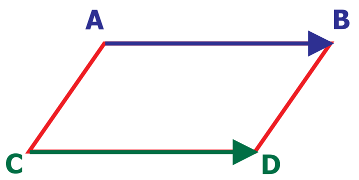


P_{30} Si $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ alors **ABDC est un parallélogramme**.



7. Avec une translation

P_{31} Si **D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$** alors **ABDC est un parallélogramme**.



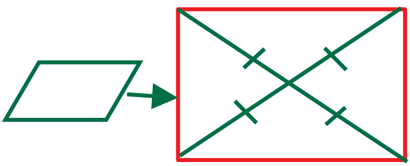
Comment démontrer qu'un … est un rectangle ?

1. Avec la définition

P_{32} Si **un quadrilatère a trois angles droits** alors **c'est un rectangle**.

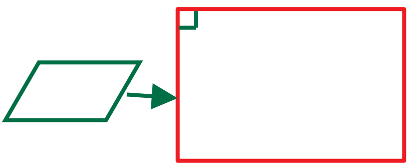
2. Avec les diagonales

P_{33} Si **un parallélogramme a ses diagonales de même longueur** alors **c'est un rectangle**.



3. Avec un angle droit

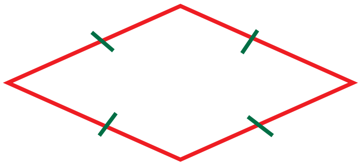
P_{34} Si **un parallélogramme a un angle droit** alors **c'est un rectangle**.



Comment démontrer qu'un ... est un losange ?

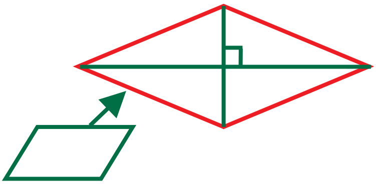
1. Avec la définition

P$_{35}$ Si **un quadrilatère a quatre côtés de même longueur** alors **c'est un losange**.



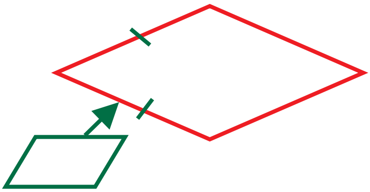
2. Avec les diagonales

P$_{36}$ Si **un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires** alors **c'est un losange**.



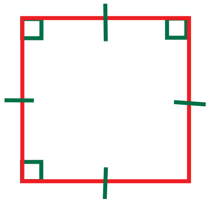
3. Avec les côtés

P$_{37}$ Si **un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur** alors **c'est un losange**.



Comment démontrer qu'un quadrilatère est un carré ?

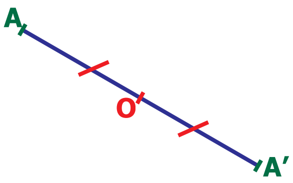
P$_{38}$ Si **un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange** alors **c'est un carré**.



Comment démontrer qu'un point est le milieu d'un segment ?

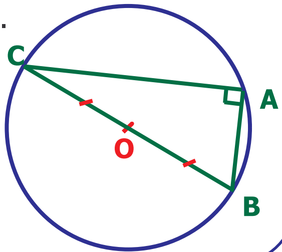
1. Avec la symétrie centrale

P$_{39}$ Si **deux points A et A′ sont symétriques par rapport à O** alors **O est le milieu de [AA′]**.



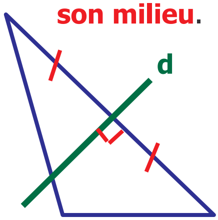
2. Avec le centre d'un cercle

P$_{40}$ Si **un triangle est rectangle** alors **le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse**.

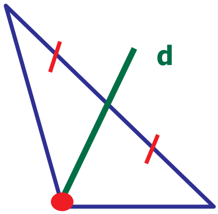


3. Avec les droites remarquables du triangle

P_{41} Si **une droite est la médiatrice d'un segment** alors **elle est perpendiculaire à ce segment et elle passe par son milieu**.

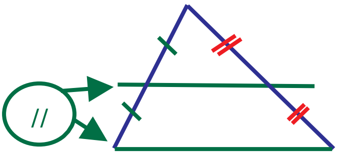


P_{42} Si dans un triangle **une droite est une médiane** alors **elle passe par un sommet et par le milieu du côté opposé**.



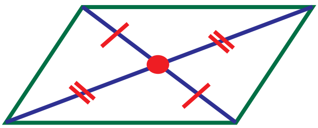
4. Avec un milieu et une parallèle

P_{43} Si dans un triangle **une droite passe par le milieu d'un côté** et si **elle est parallèle à un 2ème côté** alors **elle passe par le milieu du 3ème côté**.



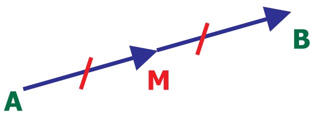
5. Avec un parallélogramme

P_{44} Si **un quadrilatère est un parallélogramme** alors **ses diagonales se coupent en leur milieu**.

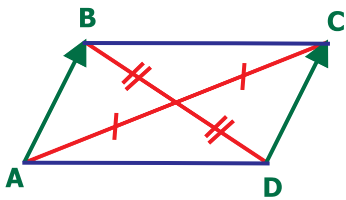


6. Avec les vecteurs

P_{45} Si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ alors **M est le milieu de [AB]**.



P_{46} Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors **[AC] et [BD] se coupent en leur milieu**.



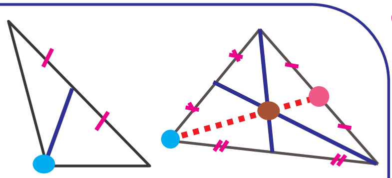
Comment démontrer qu'une droite est médiane, médiatrice bissectrice ou hauteur ?

1. Médiane

2. Médiatrice

Une **médiane** et une **médiatrice** passent par un **milieu** : leur nom contient "**média**"

P_{47}



- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **milieu** d'un côté.

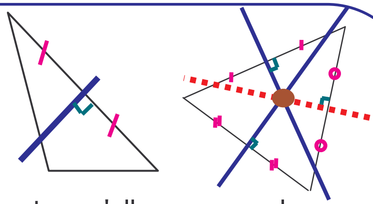
ou

- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et par le **point d'intersection** de **2 médianes**.

ou

- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de **2 médianes**.

P_{48}



- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et qu'elle est **perpendiculaire** à ce côté.

ou

- On montre qu'elle passe par le **milieu** d'un côté et par le **point d'intersection** de **2 médiatrices**.

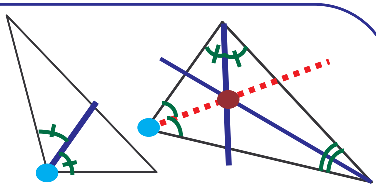
ou

- On montre qu'elle est **perpendiculaire** à un côté et qu'elle passe par le **point d'intersection** de **2 médiatrices**.

3. Bissectrice d'un angle

Une **bissectrice** partage un angle en **2** angles égaux : son nom contient "**bi**" qui veut dire **deux**.

P_{49}



- On montre qu'elle passe par un **sommet** et qu'elle partage l'angle en **2 angles égaux**.

ou

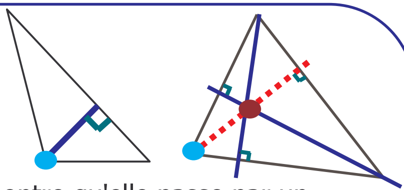
- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de **2 bissectrices**.

Pas de 3ème possibilité !

4. Hauteur

Une **hauteur** : c'est le "Rémi", pas de moyen mnémotechnique !

P_{50}



- On montre qu'elle passe par un **sommet** et qu'elle est **perpendiculaire** au côté opposé.

ou

- On montre qu'elle passe par un **sommet** et par le **point d'intersection** de **2 hauteurs**.

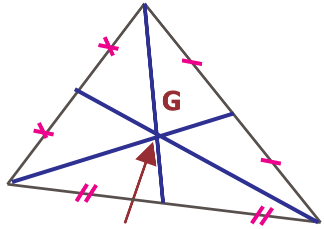
ou

- On montre qu'elle est **perpendiculaire** à un côté et qu'elle passe par le **point d'intersection** de **2 hauteurs**.

Comment montrer qu'un point est un point particulier d'un triangle ?

1. Centre de gravité

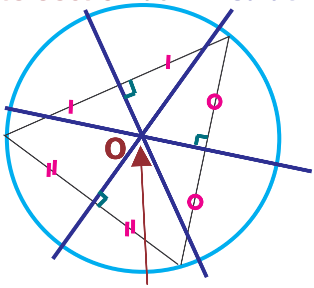
P$_{51}$ On montre que c'est **le point d'intersection** de **2 médianes**.



Centre de gravité

2. Centre du cercle circonscrit

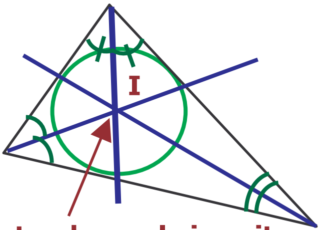
P$_{52}$ On montre que c'est **le point d'intersection** de **2 médiatrices**.



Centre du cercle circonscrit
(cercle autour du triangle)

3. Centre du cercle inscrit

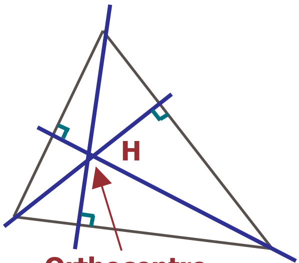
P$_{53}$ On montre que c'est **le point d'intersection** de **2 bissectrices**.



Centre du cercle inscrit
(cercle à l'intérieur du triangle)

4. Orthocentre

P$_{54}$ On montre que c'est **le point d'intersection** de **2 hauteurs**.



Orthocentre

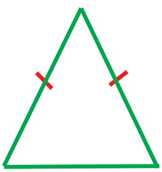
Comment démontrer que deux segments ont la même longueur ?

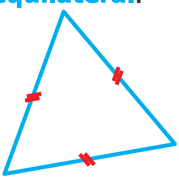
1. Avec un triangle

P$_{55}$ On montre qu'**ils sont des côtés** d'un **triangle isocèle**.

ou

On montre qu'**ils sont les côtés** d'un **triangle équilatéral**.



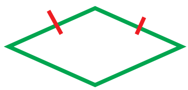


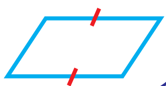
2. Avec un quadrilatère

P$_{56}$ On montre qu'**ils sont des côtés consécutifs** d'un **cerf-volant**, d'un **losange** ou d'un **carré**.

ou

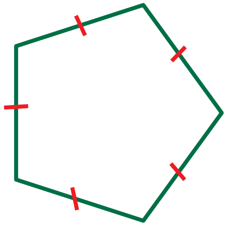
On montre qu'**ils sont des côtés opposés** d'un **parallélogramme**, d'un **rectangle**, d'un **losange** ou d'un **carré**.





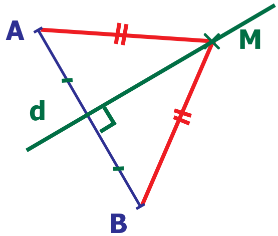
3. Avec un polygone régulier

P$_{57}$ Si **un polygone est régulier** alors **tous ses côtés sont de même longueur**.



4. Avec une médiatrice

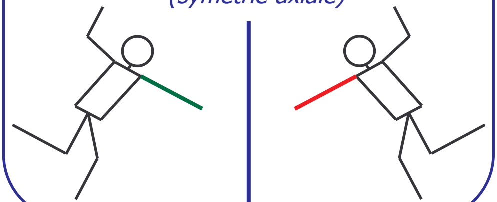
P$_{58}$ Si **un point appartient à la médiatrice d'un segment** alors **il est à la même distance des extrémités du segment**.



5. Avec une transformation

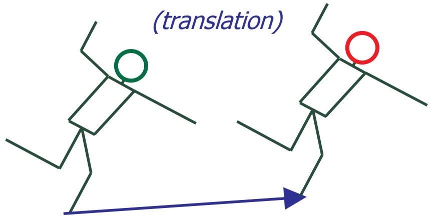
P$_{59}$ **L'image d'un segment** par **une transformation** (symétrie axiale ou centrale, translation, rotation) est **un segment de même longueur**.

(symétrie axiale)



P$_{60}$ **L'image d'un cercle** par **une transformation** (symétrie axiale ou centrale, translation, rotation) est **un cercle de même rayon**.

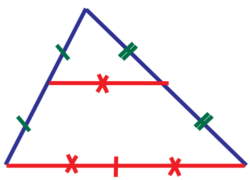
(translation)



Comment calculer la longueur d'un segment ?

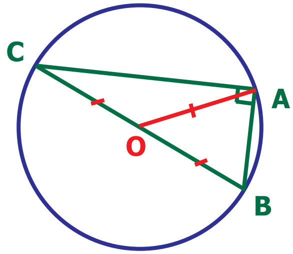
1. Avec 2 milieux

P$_{61}$ Si dans un triangle **un segment a pour extrémités les milieux de 2 côtés** alors **il a pour longueur la moitié du 3ème côté.**



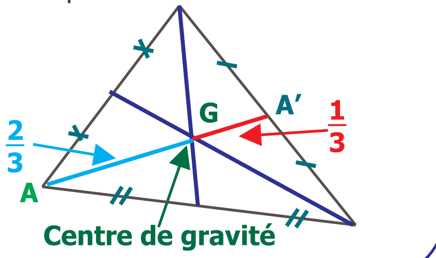
2. Avec une médiane

P$_{62}$ Si **un triangle est rectangle** alors **la médiane issue de l'angle droit a pour longueur la moitié de l'hypoténuse**.



3. Avec un centre de gravité

P_{63} Le centre de gravité est situé au 1/3 de chaque médiane à partir du **milieu** d'un côté.



Exemple : Calculer **GA'** et **GA** sachant que **AA' = 6 cm.**

G est situé au $\frac{1}{3}$ de **AA'** à partir de **A'** :

$$GA' = \frac{1}{3} \times 6 = \frac{1 \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{3}} = \boxed{2\text{ cm}}$$

G est situé aux $\frac{2}{3}$ de **AA'** à partir de **A** :

$$GA = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{2 \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{3}} = \boxed{4\text{ cm}}$$

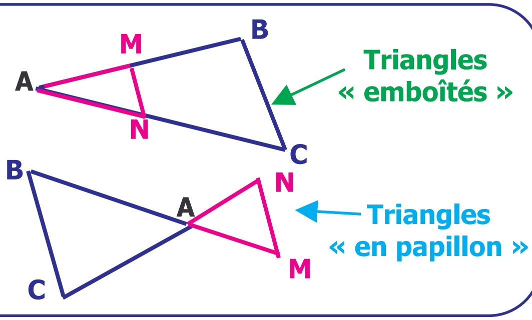
4. Avec la propriété de Thalès

P_{64}

Si dans les triangles **AMN** et **ABC** :

- **A**, **M** et **B** **sont alignés** ;
- **A**, **N** et **C** **sont alignés** ;
- **(MN)** et **(BC)** **sont parallèles.**

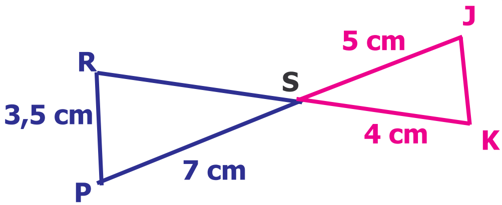
alors $\boxed{\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}}$



Exemple :

SJ = 5 cm ; **SK = 4 cm** ;
SP = 7 cm ; **RP = 3,5 cm** ;
(JK) et **(RP)** **sont parallèles.**

Calculer **JK** et **RS.**



Dans les triangles **SJK** et **SRP** :

- **J**, **S** et **P** **sont alignés** ;
- **K**, **S** et **R** **sont alignés** ;
- **(JK)** et **(RP)** **sont parallèles.**

alors $\boxed{\frac{SJ}{SP} = \frac{SK}{SR} = \frac{JK}{RP}}$ soit encore $\boxed{\frac{5}{7} = \frac{4}{SR} = \frac{JK}{3,5}}$

Calcul de **JK** :

$$\frac{5}{7} = \frac{JK}{3,5}$$

donc $JK = \frac{5 \times 3,5}{7} = \boxed{2,5\text{ cm}}$

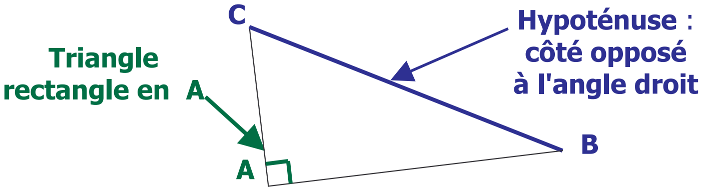
Calcul de **RS** :

$$\frac{5}{7} = \frac{4}{SR}$$

donc $RS = \frac{4 \times 7}{5} = \boxed{5,6\text{ cm}}$

5. Avec le théorème de Pythagore

P_{65} Si **ABC est un triangle rectangle en A** alors **$BC^2 = AB^2 + AC^2$**.



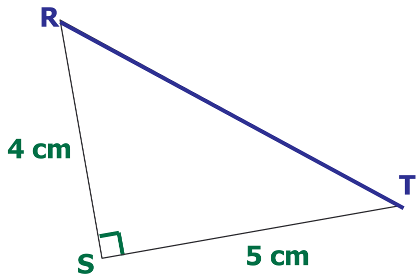
Remarque : On a aussi **$AB^2 = BC^2 - AC^2$** et **$AC^2 = BC^2 - AB^2$**

Vérifications à envisager :

- On peut vérifier **en mesurant sur le dessin** (lorsqu'il est fait en vraie grandeur).
- **L'hypoténuse** doit être **plus longue** que **les côtés de l'angle droit.**

Exemple : Calculer la longueur de **l'hypoténuse**

Calculer **RT** (**valeur exacte** et **valeur arrondie à 1 mm près**).



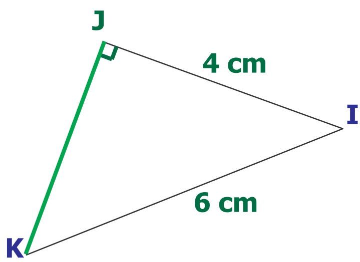
Dans le triangle RST rectangle en S,
d'après le théorème de Pythagore :
$RT^2 = SR^2 + ST^2$
$RT^2 = 4^2 + 5^2$
$RT^2 = 16 + 25$
$RT^2 = 41$

RT = $\boxed{\sqrt{41}\text{ cm}}$ **valeur exacte**

RT ≈ $\boxed{6{,}4\text{ cm}}$ **valeur arrondie à 1 mm près**

Exemple : Calculer la longueur d'**un côté de l'angle droit**

Calculer **JK** (**valeur exacte** et **valeur arrondie à 1 mm près**).



Dans le triangle IJK rectangle en J,
d'après le théorème de Pythagore :
$JK^2 = IK^2 - JI^2$
$JK^2 = 6^2 - 4^2$
$JK^2 = 36 - 16$
$JK^2 = 20$

JK = $\boxed{\sqrt{20}\text{ cm}}$ **valeur exacte**

JK ≈ $\boxed{4{,}5\text{ cm}}$ **valeur arrondie à 1 mm près**

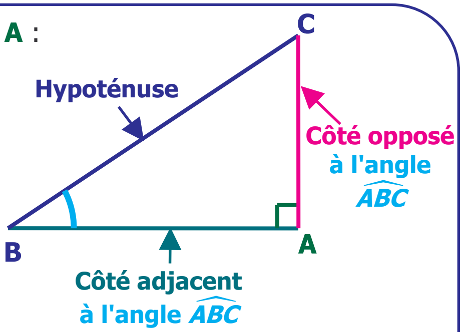
6. Avec la trigonométrie : SOHCAHTOA

P$_{66}$ Dans **le triangle ABC rectangle en A** :

SOH $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AC}{BC}$

CAH $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AB}{BC}$

TOA $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \dfrac{AC}{AB}$



Remarque : Pour tout angle aigu $\widehat{ABC}$:

$0 < \sin\widehat{ABC} < 1$ $0 < \cos\widehat{ABC} < 1$ $0 < \tan\widehat{ABC}$

Penser à régler la calculatrice sur le mode degrés : DEG

Exemple : Calculer la longueur de **l'hypoténuse**

Calculer **BT** (**valeur exacte** et **valeur arrondie au dixième**).

On connaît ***le côté opposé****, on cherche* ***l'hypoténuse*** *donc on utilise* : **SOH**

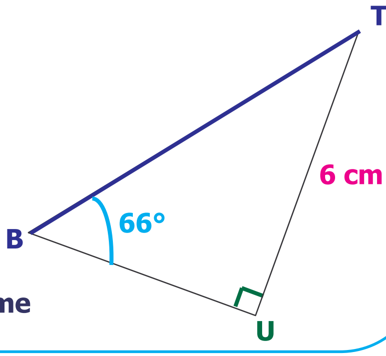
Dans le triangle BUT rectangle en U :

$\sin\widehat{UBT} = \dfrac{UT}{BT}$ soit encore $\dfrac{\sin 66°}{1} = \dfrac{6}{BT}$

$BT = \dfrac{6 \times 1}{\sin 66°}$

$BT = \boxed{\dfrac{6}{\sin 66°}\ \text{cm}}$ **valeur exacte**

$BT \approx \boxed{6{,}6\ \text{cm}}$ **valeur arrondie au dixième**



Exemple : Calculer la longueur d'**un côté de l'angle droit**

Calculer **DE** (**valeur exacte** et **valeur arrondie au dixième**).

On connaît ***le côté adjacent****, on cherche* ***le côté opposé*** *donc on utilise* : **TOA**

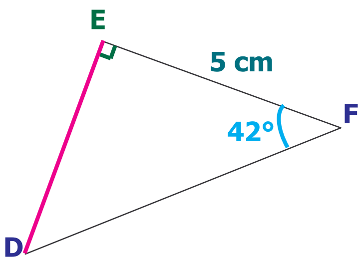
Dans le triangle DEF rectangle en E :

$\tan\widehat{EFD} = \dfrac{DE}{EF}$ soit encore $\dfrac{\tan 42°}{1} = \dfrac{DE}{5}$

$DE = \dfrac{5 \times \tan 42°}{1}$

$DE = \boxed{5 \times \tan 42°\ \text{cm}}$ **valeur exacte**

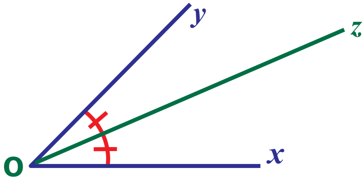
$DE \approx \boxed{4{,}5\ \text{cm}}$ **valeur arrondie au dixième**



Comment démontrer que deux angles ont la même mesure ?

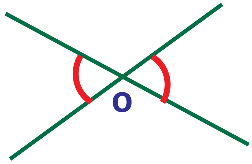
1. Avec une bissectrice

P67 Si **une droite ou une demi-droite est la bissectrice d'un angle** alors **elle partage cet angle en deux angles égaux**.



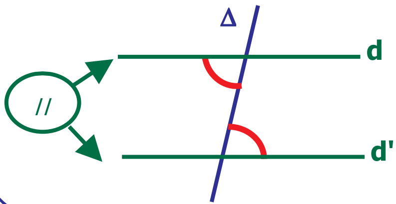
2. Avec des angles opposés par le sommet

P68 Si **deux angles sont opposés par le sommet** alors **ils sont égaux**.

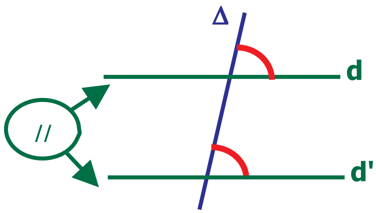


3. Avec des droites parallèles

P69 Si **deux droites parallèles et une sécante forment des angles alternes-internes** alors **ils sont égaux**.

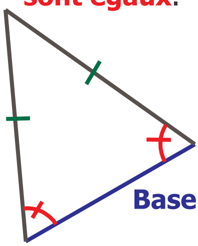


P70 Si **deux droites parallèles et une sécante forment des angles correspondants** alors **ils sont égaux**.

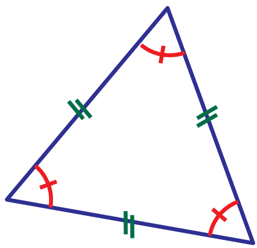


4. Avec des triangles particuliers

P71 Si **un triangle est isocèle** alors **ses angles à la base sont égaux**.

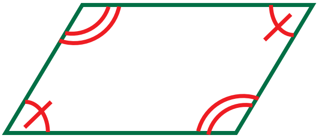


P72 Si **un triangle est équilatéral** alors **ses trois angles sont égaux à 60°**.



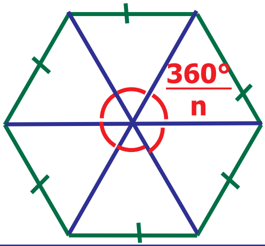
5. Avec un parallélogramme

P$_{73}$ Si **un quadrilatère est un parallélogramme** (un rectangle, un losange ou un carré) alors **ses angles opposés sont égaux**.



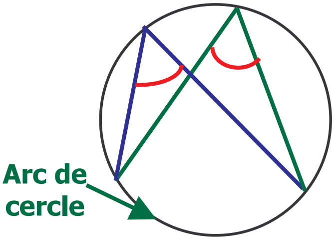
6. Avec un polygone régulier

P$_{74}$ Si **un polygone à n côtés est régulier** alors **tous ses angles au centre sont égaux à $\frac{360°}{n}$**.



7. Avec un cercle

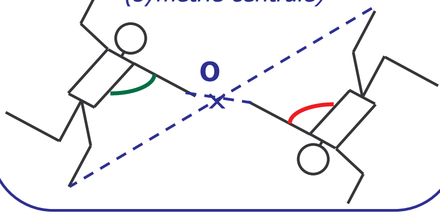
P$_{75}$ Si **deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle** alors **ils sont égaux**.



8. Avec une transformation

P$_{76}$ **L'image d'un angle** par **une transformation** (symétrie axiale ou centrale, translation, rotation) est **un angle de même mesure**.

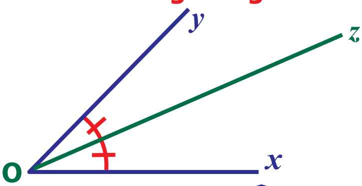
(symétrie centrale)



Comment calculer la mesure d'un angle ?

1. Avec une bissectrice

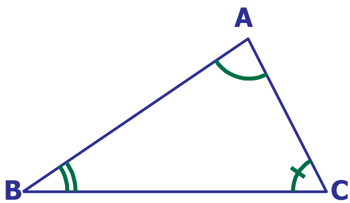
P$_{77}$ Si **une droite ou une demi-droite est la bissectrice d'un angle** alors **elle partage cet angle en deux angles égaux**.



$$\widehat{xOz} = \widehat{yOz} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$$

2. Dans un triangle

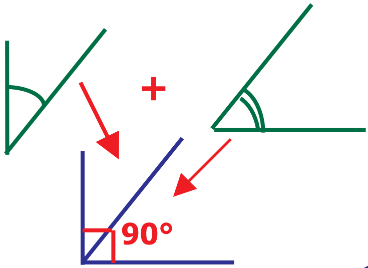
P$_{78}$ **La somme des angles d'un triangle est égale à 180°**.



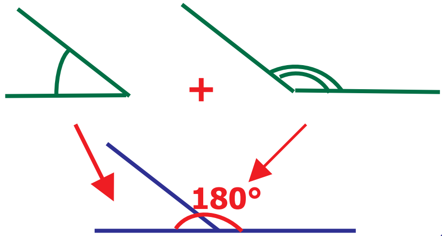
$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$$

3. Avec des angles complémentaires ou supplémentaires

P_{79} Deux angles complémentaires sont **deux angles** dont **la somme est égale à 90°**.

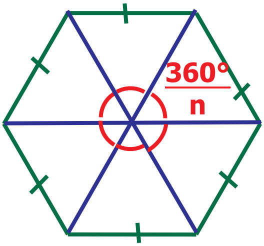


P_{80} Deux angles supplémentaires sont **deux angles** dont **la somme est égale à 180°**.



4. Dans un polygone régulier

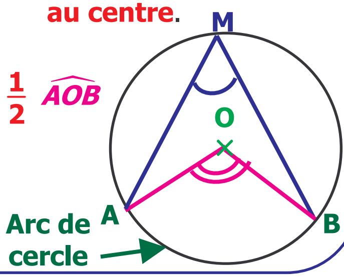
P_{81} Si **un polygone à n côtés est régulier** alors **tous ses angles au centre sont égaux à $\frac{360°}{n}$**.



5. Dans un cercle

P_{82} Si **un angle inscrit** et **un angle au centre interceptent le même arc de cercle** alors **l'angle inscrit est égal à la moitié l'angle au centre**.

$$\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\,\widehat{AOB}$$



6. Avec la trigonométrie : SOHCAHTOA (voir rappel P_{66} page 46)

Exemple : Calculer $\widehat{ASC}$ à **1° près.**

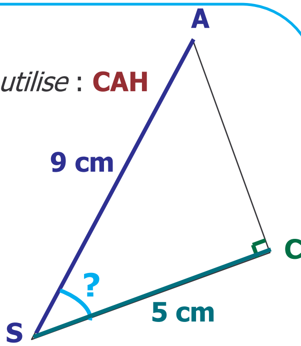
*On connaît **le côté adjacent** et **l'hypoténuse** donc on utilise* : **CAH**

Dans le triangle SAC rectangle en C :

$\cos\widehat{ASC} = \frac{SC}{SA}$

$\cos\widehat{ASC} = \frac{5}{9}$ ← ***Cosinus de l'angle*** *(Nombre entre 0 et 1)*

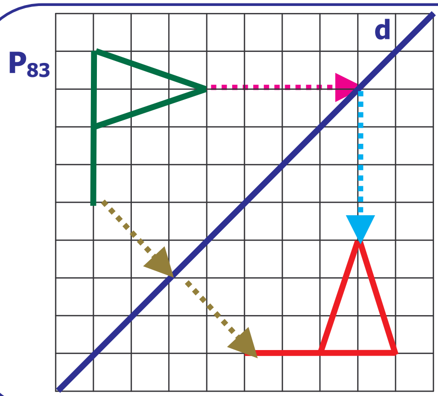
$\widehat{ASC} \approx \boxed{56°}$ à **1° près.** ← ***Angle aigu*** *(entre 0° et 90°)*



*Pour obtenir **l'angle** à partir **du cosinus**, on utilise **la touche*** $\boxed{\text{Acs}}$ *ou* $\boxed{\cos^{-1}}$ *obtenue avec **la touche*** $\boxed{2^{nd}}$ *ou* $\boxed{\text{SHIFT}}$.

Comment construire l'image d'une figure par une transformation ?

1. Par une symétrie axiale



Construire **l'image du drapeau vert** par **la symétrie d'axe d**.

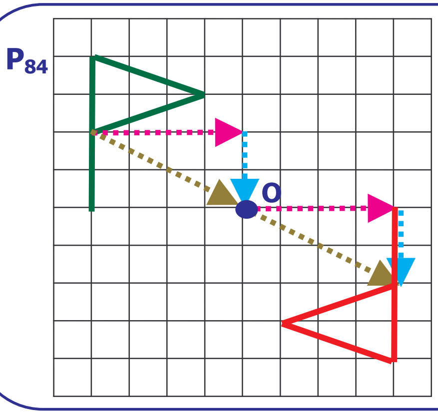
Avec les lignes **horizontales** et **verticales** :
4 carreaux vers la droite **jusqu'à d**
puis **4 carreaux vers le bas**.

ou

Avec **les diagonales** :
diagonale de 2 carreaux sur 2
jusqu'à d et **on recommence.**

☞ ***Symétrie axiale ⟶ pliage***

2. Par une symétrie centrale



Construire **l'image du drapeau vert** par **la symétrie de centre O**.

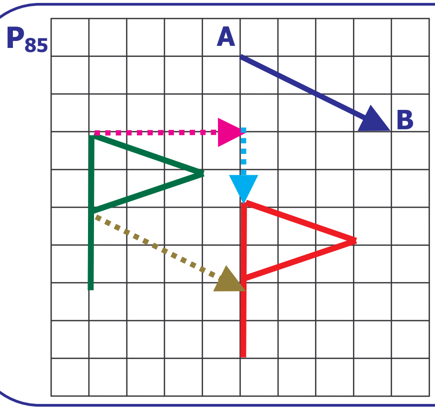
Avec les lignes **horizontales** et **verticales** :
4 carreaux vers la droite et **2 carreaux vers le bas** **jusqu'à O** et **on recommence.**

ou

Avec **les diagonales** :
diagonale de 4 carreaux sur 2
jusqu'à O et **on recommence.**

☞ ***Symétrie centrale ⟶ demi-tour***

3. Par une translation



Construire **l'image du drapeau vert** par **la translation de vecteur** $\overrightarrow{AB}$.

Avec les lignes **horizontales** et **verticales** :
4 carreaux vers la droite
et **2 carreaux vers le bas.**

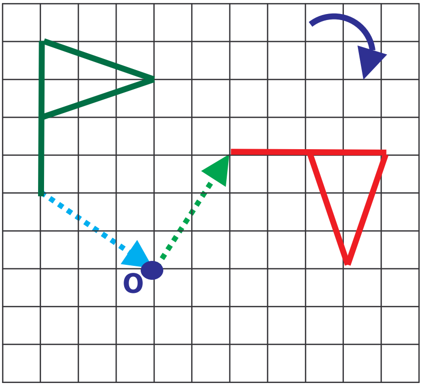
ou

Avec **les diagonales** :
diagonale de 4 carreaux sur 2
c'est à dire **vecteur** $\overrightarrow{AB}$.

☞ ***Translation ⟶ glissement***

4. Par une rotation

P86



Construire **l'image du drapeau vert** par **la rotation de centre O d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre**.

Avec **les diagonales** :
diagonale de 3 carreaux sur 2 jusqu'à O et **diagonale de 2 carreaux sur 3**.

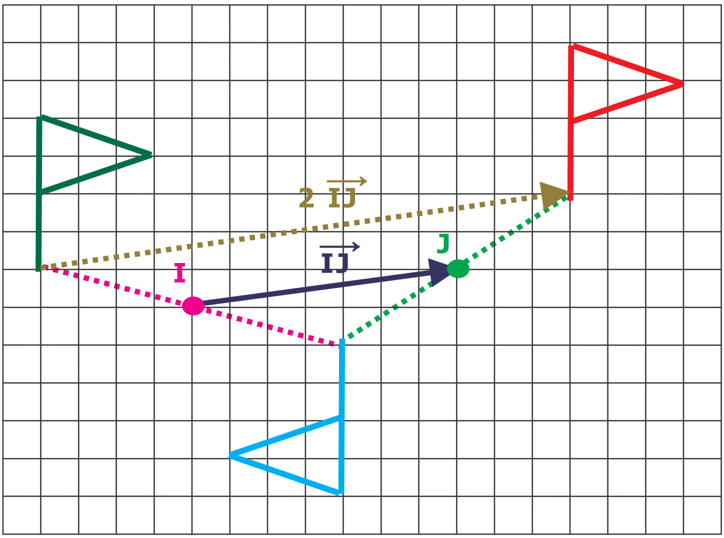
☞ ***Rotation d'angle 90°***

↓

Quart de tour

5. Par une composée de 2 symétries centrales

P87



Construire **l'image du drapeau vert** par
la symétrie de centre I suivie de **la symétrie de centre J**.

Avec **les 2 symétries** :
On construit **l'image** du **drapeau vert** par **la symétrie de centre I**
puis **l'image** du **drapeau bleu** par **la symétrie de centre J**.

ou

Avec **la translation de vecteur $2\ \overrightarrow{IJ}$** :
diagonale de 14 carreaux sur 2.

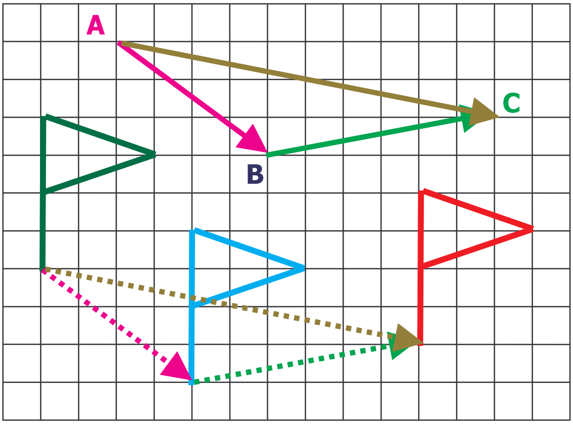
☞ ***Composée de la symétrie de centre I et de la symétrie de centre J***

↓

Translation de vecteur $2\overrightarrow{IJ}$

6. Par une composée de 2 translations

P_{88}



Construire **l'image du drapeau vert** par **la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$** suivie de **la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$**.

Avec **les 2 translations** :
On construit **l'image du drapeau vert** par **la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$** puis **l'image** du **drapeau bleu** par **la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$**.

ou

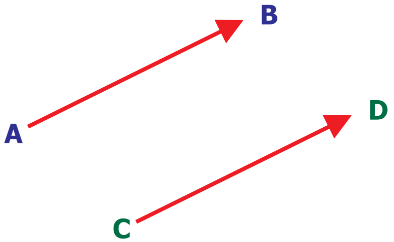
Avec **la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$** :
diagonale de 10 carreaux sur 2.

☞ ***Composée de la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et de la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ $\longrightarrow$ Translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$***

Comment démontrer que 2 vecteurs sont égaux ?

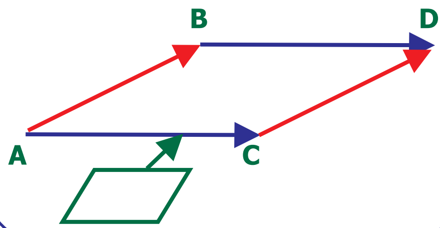
1. Avec une translation

P_{89} Si **D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$** alors **$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$**.



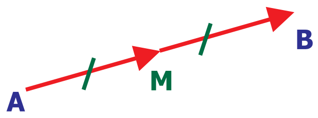
2. Avec un parallélogramme

P_{90} Si **ABDC est un parallélogramme** (éventuellement aplati) alors **$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$** et **$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$**.



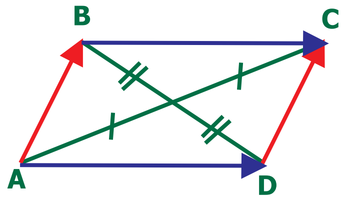
3. Avec un milieu

P$_{91}$ Si **M est le milieu de [AB]**
alors $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.



4. Avec 2 segments

P$_{92}$ Si **[AC] et [BD] ont le même milieu**
alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.



Comment construire une somme de 2 vecteurs ?

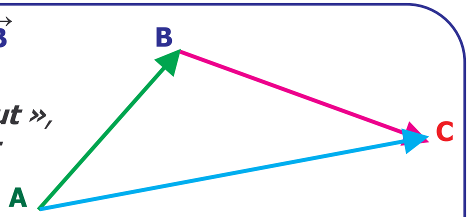
1. Avec la relation de Chasles (extrémité du 1^er^ vecteur = origine du 2^ème^)

P$_{93}$ Construire **la somme** du **vecteur** $\overrightarrow{AB}$
et du **vecteur** $\overrightarrow{BC}$.

*Lorsque **les vecteurs sont « bout à bout »**,*
*on applique **la relation de Chasles** :*

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \boxed{\overrightarrow{AC}}$$

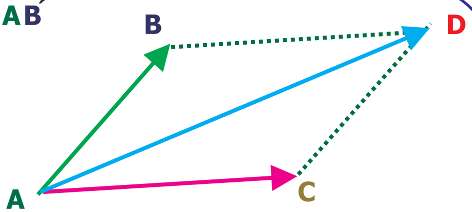
Même point — ***Origine** du **1^er^ vecteur*** — ***Extrémité** du **2^ème^ vecteur***



2. Avec la règle du parallélogramme (vecteurs de même origine)

P$_{94}$ Construire **la somme** du **vecteur** $\overrightarrow{AB}$
et du **vecteur** $\overrightarrow{AC}$.

*On construit **le point D** tel que*
ABDC soit un parallélogramme
et on applique
***la règle du parallélogramme** :*

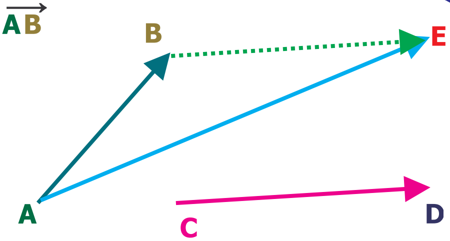


$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \boxed{\overrightarrow{AD}}$$

Même origine — ***Origine** des **2 vecteurs*** — ***4^ème^ sommet** du **parallélogramme ABDC***

3. Dans le cas général (vecteurs quelconques)

P$_{95}$ Construire **la somme** du **vecteur** $\overrightarrow{AB}$ et du **vecteur** $\overrightarrow{CD}$.



*On construit **le vecteur** $\overrightarrow{BE}$ tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CD}$ et on applique **la relation de Chasles** en remplaçant $\overrightarrow{CD}$ par $\overrightarrow{BE}$.*

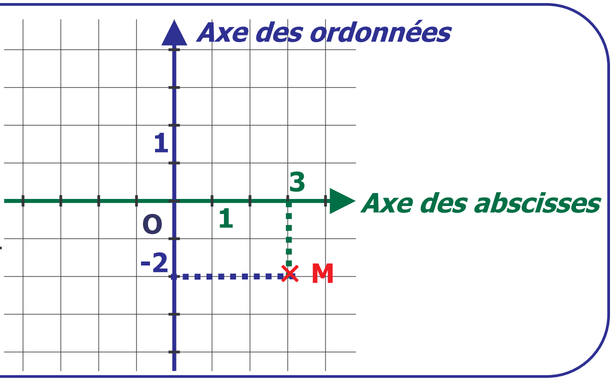
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \boxed{\overrightarrow{AE}}$ ← ***Extrémité** du 2ème **vecteur***

Même point ***Origine** du 1er **vecteur***

Comment travailler dans un repère ?

1. Placer un point et lire ses coordonnées

P$_{96}$ Placer **le point M** de **coordonnées (3 ; -2)**.

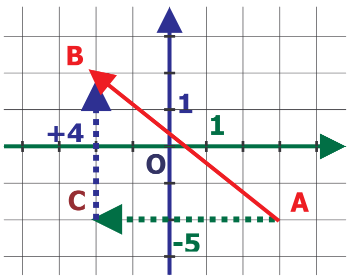


- **Le nombre 3** se place sur **l'axe des abscisses** ***(axe horizontal)*** et s'appelle **l'abscisse** de **M**.
- **Le nombre -2** se place sur **l'axe des ordonnées** ***(axe vertical)*** et s'appelle **l'ordonnée** de **M**.

2. Lire les coordonnées d'un vecteur

P$_{97}$ Lire **les coordonnées de** $\overrightarrow{AB}$.

On décompose le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en **une somme** de **2 vecteurs** : $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$.



- un **vecteur *« horizontal »*** $\overrightarrow{AC}$ qui indique l'**abscisse** de $\overrightarrow{AB}$: **-5**.
- un **vecteur *« vertical »*** $\overrightarrow{CB}$ qui indique l'**ordonnée** de $\overrightarrow{AB}$: **4**.

Donc $\overrightarrow{AB}$ $\boxed{(-5\ ;\ 4)}$.

3. Calculer les coordonnées d'un vecteur

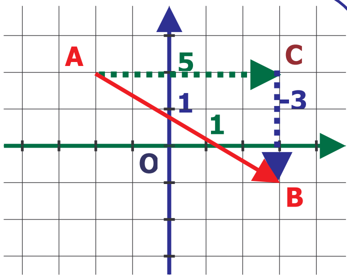
P98 Si on a **2 points A** $(x_A ; y_A)$ et **B** $(x_B ; y_B)$ alors **les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$** sont :

$$\boxed{\overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A ; y_B - y_A)}$$

Exemple : **A** (**-2** ; **2**) et **B** (**3** ; **-1**)
Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AB} \begin{cases} x_B - x_A = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5 \\ y_B - y_A = -1 - 2 = -3 \end{cases}$$

Donc $\boxed{\overrightarrow{AB}\ (5 ; -3)}$.



*Remarque : Penser **à vérifier sur le dessin** en lisant **les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$**.*

4. Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

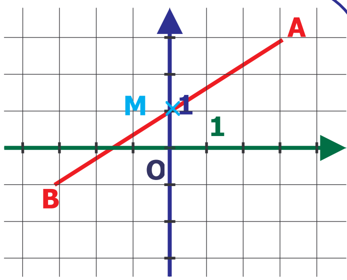
P99 Si on a **2 points A** $(x_A ; y_A)$ et **B** $(x_B ; y_B)$ alors **les coordonnées du milieu M** de **[AB]** sont :

$$\boxed{M\left(\frac{x_A+x_B}{2} ; \frac{y_A+y_B}{2}\right)}$$

Exemple : **A** (**3** ; **3**) et **B** (**-3** ; **-1**)
Calculer les coordonnées **du milieu M** de **[AB]**.

$$\begin{cases} \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{3+(-3)}{2} = 0 \\ \dfrac{y_A+y_B}{2} = \dfrac{3+(-1)}{2} = \dfrac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

Donc $\boxed{M\ (0 ; 1)}$.



*Remarque : Penser **à vérifier sur le dessin** en lisant **les coordonnées de M**.*

5. Calculer une longueur (dans un repère orthonormé)

P100 Si on a **2 points A** $(x_A ; y_A)$ et **B** $(x_B ; y_B)$

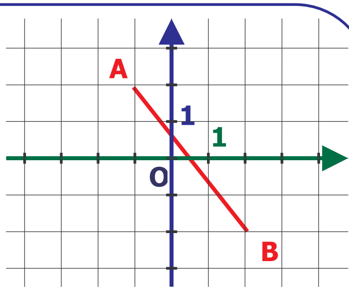
alors $\boxed{AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

donc $\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$

Exemple : **A** (**-1** ; **2**) et **B** (**2** ; **-2**)
Calculer **AB**.

$AB^2 = (2 - (-1))^2 + (-2 - 2)^2$
$AB^2 = (2 + 1)^2 + (-4)^2$
$AB^2 = 3^2 + (-4)^2 = 9 + 16 = 25$

Donc $AB = \sqrt{25} = \boxed{5 \text{ cm}}$.



*Remarque : Penser **à vérifier sur le dessin** en mesurant **AB** à condition que l'unité soit **le cm**.*

6. Démontrer que 2 vecteurs sont égaux

P_{101} Si **deux vecteurs ont les mêmes coordonnées** alors **ils sont égaux**.

Exemple : **A** (**0** ; **-2**) ; **B** (**-3** ; **2**) ; **C** (**5** ; **-1**) ; **D** (**2** ; **3**)

Démontrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

$\overrightarrow{AB} \begin{cases} x_B - x_A = -3 - 0 = -3 \\ y_B - y_A = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4 \end{cases}$ | $\overrightarrow{CD} \begin{cases} x_D - x_C = 2 - 5 = -3 \\ y_D - y_C = 3 - (-1) = 3 + 1 = 4 \end{cases}$

donc $\boxed{\overrightarrow{AB}\,(-3\,;\,4)}$ et $\boxed{\overrightarrow{CD}\,(-3\,;\,4)}$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ **ont les mêmes coordonnées** donc **ils sont égaux**.

7. Calculer les coordonnées d'un point

P_{102} Si **deux vecteurs sont égaux** alors **ils ont les mêmes coordonnées**.

Exemple : **A** (**3** ; **-5**) ; **B** (**-2** ; **5**) ; **C** (**-2** ; **-4**)

Calculer **les coordonnées du point D** tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

*On note **D** (x ; y) et **on cherche** x et y.*

On calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et les coordonnées de $\overrightarrow{CD}$ en fonction de x et y.

$\overrightarrow{AB} \begin{cases} x_B - x_A = -2 - 3 = -5 \\ y_B - y_A = 5 - (-5) = 5 + 5 = 10 \end{cases}$ | $\overrightarrow{CD} \begin{cases} x_D - x_C = x - (-2) = x + 2 \\ y_D - y_C = y - (-4) = y + 4 \end{cases}$

donc $\boxed{\overrightarrow{AB}\,(-5\,;\,10)}$ et $\boxed{\overrightarrow{CD}\,(x + 2\,;\,y + 4)}$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ **sont égaux** donc **ils ont les mêmes coordonnées** : $\begin{cases} x + 2 = -5 \\ y + 4 = 10 \end{cases}$

On calcule x et y : $\begin{cases} x = -5 - 2 = -7 \\ y = 10 - 4 = 6 \end{cases}$ donc $\boxed{D\,(-7\,;\,6)}$.

Comment exprimer et calculer un périmètre ?

1. Unités de longueur

P_{103} Le périmètre d'une figure s'exprime avec **une unité de longueur**.

L'unité principale de longueur est **le mètre** (**m**) ; $\boxed{1\text{ m} = 10\text{ dm}}$

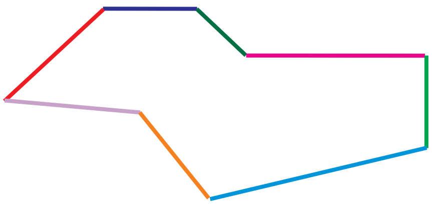
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			7	9	2	
0	0	5	8			

Exemple de conversions : $\boxed{7{,}92\text{ m} = 792\text{ cm}}$ et $\boxed{58\text{ m} = 0{,}058\text{ km}}$

Remarque : Pour calculer **un périmètre**, **il faut s'assurer** que **toutes les longueurs de la figure** sont exprimées **dans la même unité**.

2. Pour un polygone

P$_{104}$ Pour calculer **le périmètre d'un polygone**, **on additionne les longueurs de tous ses côtés**.

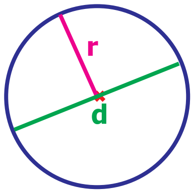


3. Pour un cercle

P$_{105}$ $\boxed{\mathscr{P} = \pi \times d}$

ou $\boxed{\mathscr{P} = 2 \times \pi \times r}$

Remarque :



Valeur exacte :
On laisse le résultat **en fonction de π**.

Valeur approchée :
On calcule en prenant $\pi \approx$ **3,14**.

Comment exprimer et calculer une aire ?

1. Unités d'aire

P$_{106}$ **L'aire d'une figure** s'exprime avec **une unité d'aire**.

L'unité principale d'aire est **le mètre carré** (**m²**) ; $\boxed{1\ m^2 = 100\ dm^2}$

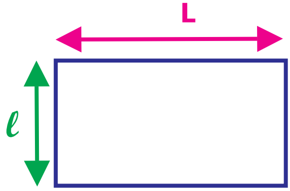
km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
							4	9	0				
									0	9	1	3	

Exemple de conversions : $\boxed{4{,}9\ m^2 = 490\ dm^2}$ et $\boxed{91{,}3\ cm^2 = 0{,}913\ dm^2}$

Remarques :
- Pour calculer **une aire**, **il faut s'assurer** que **toutes les longueurs de la figure** sont exprimées **dans la même unité**.
- Si **les longueurs** sont en **m**, **l'aire** est en **m²** etc…

2. Pour un rectangle

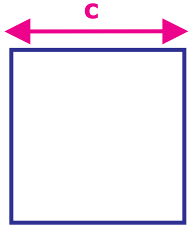
P$_{107}$ $\boxed{\mathscr{A} = L \times \ell}$



3. Pour un carré

P$_{108}$ $\boxed{\mathscr{A} = c \times c}$

ou $\boxed{\mathscr{A} = c^2}$

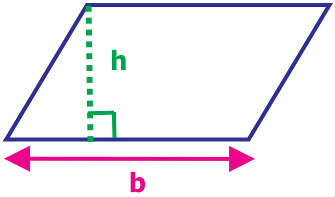


4. Pour un parallélogramme

P_{109} $\boxed{\mathscr{A} = \textbf{base} \times \textbf{hauteur}}$

ou

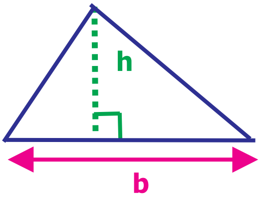
$\boxed{\mathscr{A} = \textbf{b} \times \textbf{h}}$



5. Pour un triangle

P_{110} $\boxed{\mathscr{A} = \dfrac{\textbf{base} \times \textbf{hauteur}}{2}}$

ou $\boxed{\mathscr{A} = \dfrac{\textbf{b} \times \textbf{h}}{2}}$



6. Pour un disque

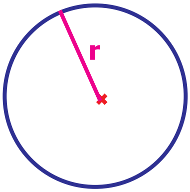
P_{111} $\boxed{\mathscr{A} = \pi \times \textbf{r} \times \textbf{r}}$

ou $\boxed{\mathscr{A} = \pi \times \textbf{r}^2}$

Remarque :

Valeur exacte :
On laisse le résultat **en fonction de π.**

Valeur approchée :
On calcule en prenant $\pi \approx$ **3,14.**



7. Pour une sphère

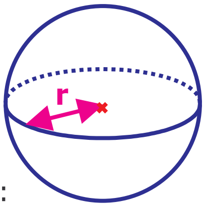
P_{112} $\boxed{\mathscr{A} = 4 \times \pi \times \textbf{r} \times \textbf{r}}$

ou $\boxed{\mathscr{A} = 4 \times \pi \times \textbf{r}^2}$

Remarque :

Valeur exacte :
On laisse le résultat **en fonction de π.**

Valeur approchée :
On calcule en prenant $\pi \approx$ **3,14.**



Comment exprimer et calculer un volume ?

1. Unités de volume

P_{113} **Le volume d'un solide** s'exprime avec **une unité de volume.**

L'unité principale de volume est **le mètre cube** (m^3) ; $\boxed{\textbf{1 m}^3 = \textbf{1 000 dm}^3}$

m^3			dm^3 ou L			cm^3			mm^3		
					7	4	3	0			
		0	8	4	6						

☞ **1 dm^3 = 1 L**

Exemple de conversions : $\boxed{7{,}43\ dm^3 = 7\ 430\ cm^3}$ et $\boxed{846\ L = 0{,}846\ m^3}$

Remarques : - Pour calculer **un volume**, **il faut s'assurer** que **toutes les dimensions du solide** sont exprimées **dans la même unité**.
- Si **les dimensions** sont en **m**, **le volume** est en **m^3** etc…

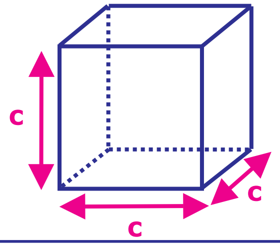
2. Pour un cube

P114

$\mathcal{V} = c \times c \times c$

ou

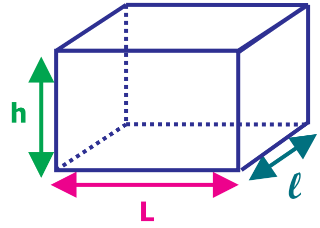
$\mathcal{V} = c^3$



3. Pour un pavé droit

P115

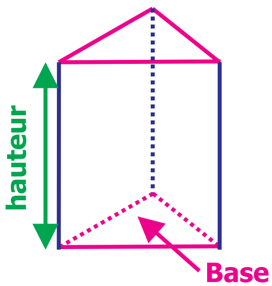
$\mathcal{V} = L \times \ell \times h$



4. Pour un prisme droit

P116

$\mathcal{V}$ = aire de la base × hauteur

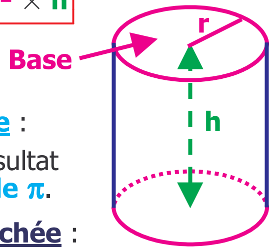


5. Pour un cylindre

P117

$\mathcal{V}$ = aire de la base × hauteur

ou $\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$



Remarque :

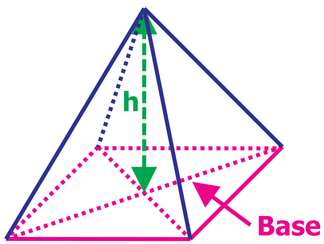
Valeur exacte :
On laisse le résultat **en fonction de π.**

Valeur approchée :
On calcule en prenant $\pi \approx 3{,}14$.

6. Pour une pyramide

P118

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

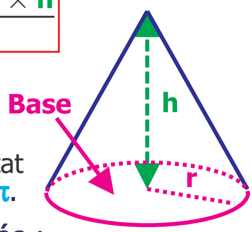


7. Pour un cône

P119

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

ou $$\mathcal{V} = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$



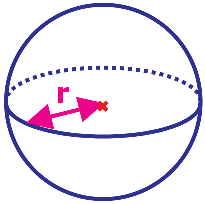
Remarque :

Valeur exacte :
On laisse le résultat **en fonction de π.**

Valeur approchée :
On calcule en prenant $\pi \approx 3{,}14$.

8. Pour une boule

P$_{120}$ $\boxed{\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times r \times r \times r}$ **ou** $\boxed{\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3}$



Remarque :

Valeur exacte : On laisse le résultat **en fonction de π**.

Valeur approchée : On calcule en prenant $\pi \approx 3{,}14$.

Comment utiliser les effets d'un agrandissement ou d'une réduction ?

Agrandissement : $k > 1$
Réduction : $0 < k < 1$

1. Sur une longueur

P$_{121}$ Dans **un agrandissement** ou **une réduction de coefficient k**, **on multiplie les longueurs** par **k**.

Longueur initiale $\xrightarrow{\times k}$ **Longueur finale**

Remarque : **Les angles** de la figure sont **conservés**.

Exemple :
L'arête d'un cube mesure **4 cm**.
Quelle est **sa longueur** après **un agrandissement** de **coefficient 3** ?

$4 \times 3 = \boxed{12 \text{ cm}}$

Longueur initiale : 4 ; *k* : 3 ; *Longueur finale* : 12 cm

2. Sur une aire

P$_{122}$ Dans **un agrandissement** ou **une réduction de coefficient k**, **on multiplie les aires** par **k²**.

Aire initiale $\xrightarrow{\times k^2}$ **Aire finale**

Exemple :
L'aire d'un triangle est **5 cm²**.
Quelle est **son aire** après **une réduction** de **coefficient 0,8** ?

$5 \times 0{,}8^2 = 5 \times 0{,}64 = \boxed{3{,}2 \text{ cm}^2}$

Aire initiale : 5 ; *k²* : $0{,}8^2$; *Aire finale* : 3,2 cm²

3. Sur un volume

P$_{123}$ Dans **un agrandissement** ou **une réduction de coefficient k**, **on multiplie les volumes** par **k³**.

Volume initial $\xrightarrow{\times k^3}$ **Volume final**

Exemple : **Le volume** d'une pyramide est **10 cm³**.
Quel est **son volume** après **un agrandissement** de **coefficient 2** ?

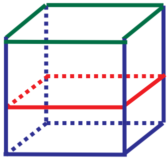
$10 \times 2^3 = 10 \times 8 = \boxed{80 \text{ cm}^3}$

Volume initial : 10 ; *k³* : 2^3 ; *Volume final* : 80 cm³

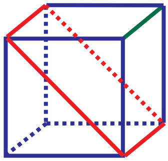
Comment représenter la section d'un solide par un plan ?

1. Sections de cube

P_{124} La section d'un cube par **un plan parallèle à une face** est **un carré**.

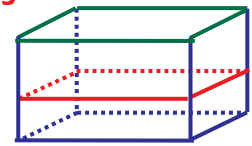


P_{125} La section d'un cube par **un plan parallèle à une arête** est **un rectangle**.

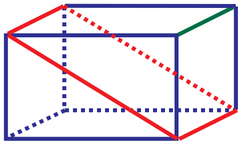


2. Sections de pavé droit

P_{126} La section d'un pavé droit par **un plan parallèle à une face** est **un rectangle**.

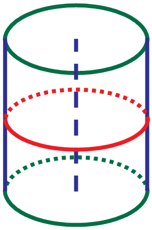


P_{127} La section d'un pavé droit par **un plan parallèle à une arête** est **un rectangle**.

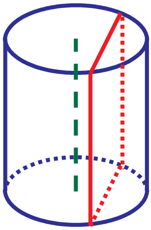


3. Sections de cylindre

P_{128} La section d'un cylindre par **un plan parallèle à la base** est **un disque**.

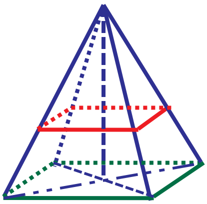


P_{129} La section d'un cylindre par **un plan parallèle à l'axe** est **un rectangle**.



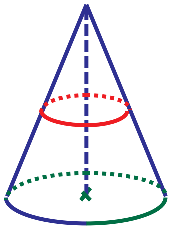
4. Section de pyramide

P_{130} La section d'une pyramide par **un plan parallèle à la base** est **un polygone de même nature que la base**.



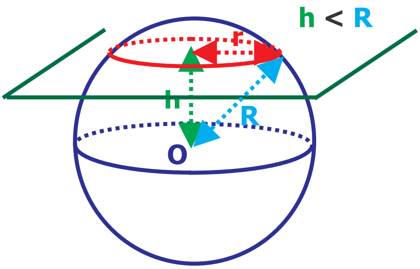
5. Section de cône

P_{131} La section d'un cône par **un plan parallèle à la base** est **un disque**.



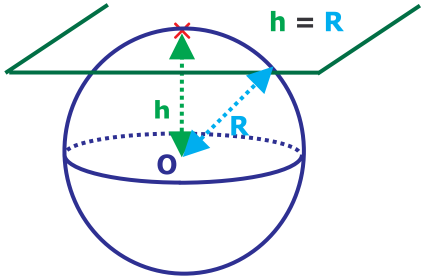
6. Sections de sphère

P132 **La section d'une sphère** par **un plan** est **un cercle**.



Calcul du **rayon r** : $\boxed{r^2 + h^2 = R^2}$

P133 **Le plan** et **la sphère** ont **un seul point commun**.

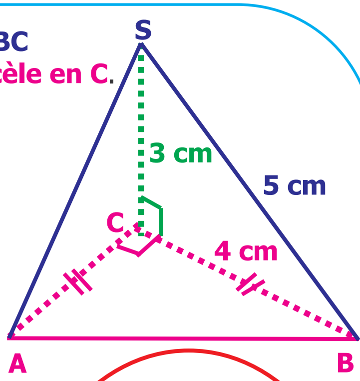


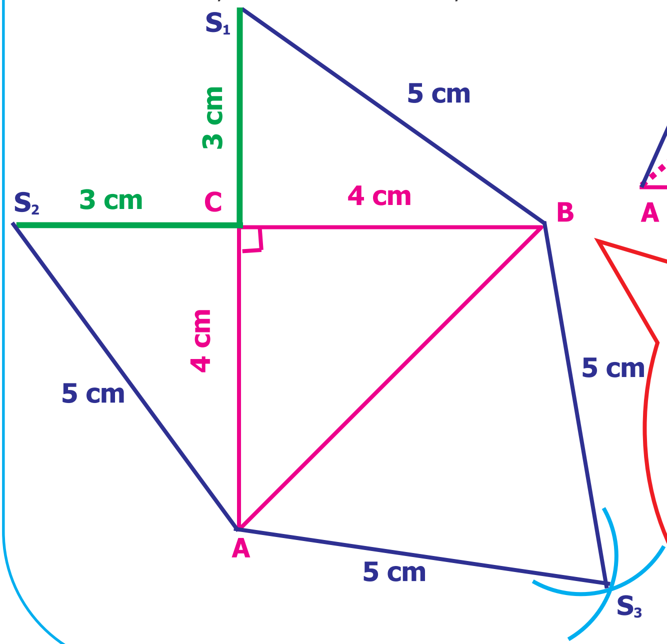
Le plan est **tangent** à **la sphère**.

Remarque : si **h > R** **Le plan** et **la sphère** n'ont **aucun point commun**.

Comment tracer un patron de solide ?

Exemple : Tracer **un patron** du **tétraèdre SABC** dont **la base** est un triangle **rectangle et isocèle en C**.
La hauteur est l'arête **[SC]**.
SC = 3 cm ; **CA = CB = 4 cm** ; **SB = 5 cm**





- *On trace **la base ABC**.*
- *On trace **les triangles SAC** et **SCB rectangles en C**.*
- *On trace **un arc de cercle** de **centre A** et de **rayon 5 cm**.*
- *On trace **un arc de cercle** de **centre B** et de **rayon 5 cm**.*